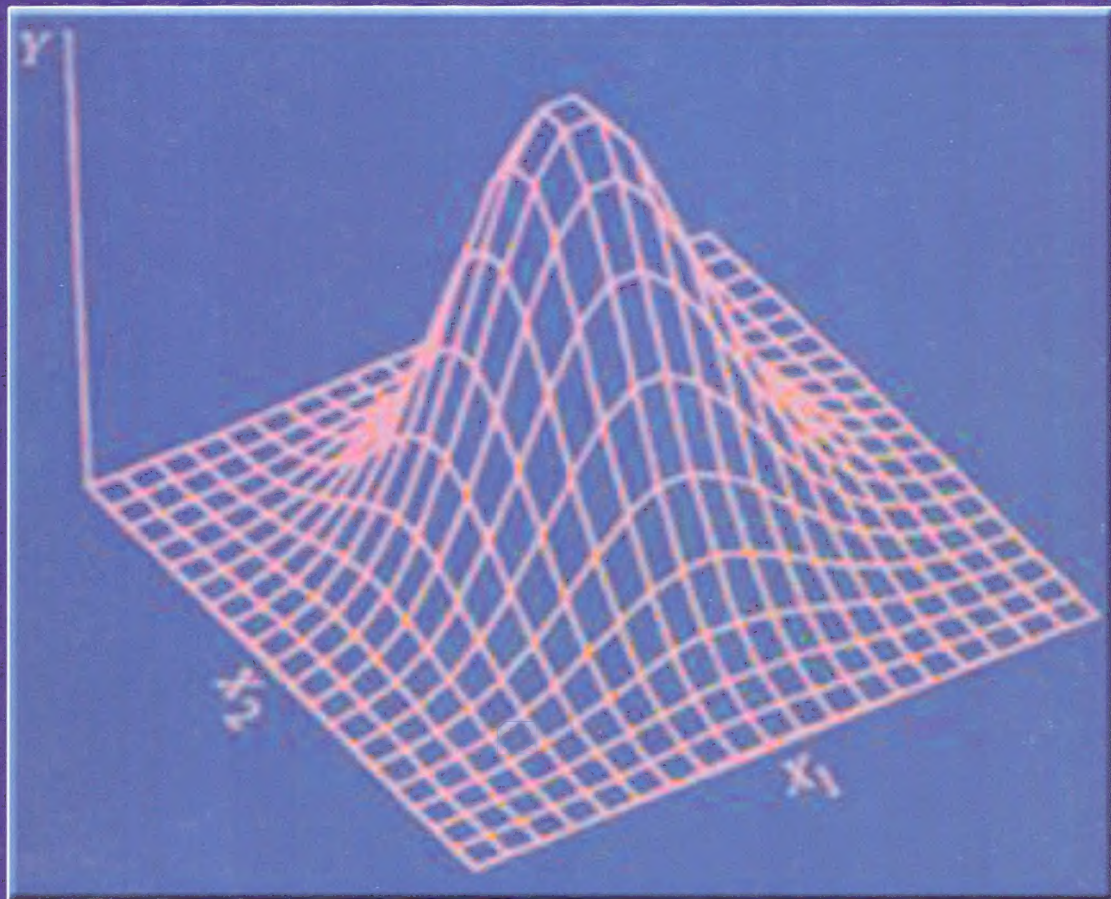


بنه ماكانی زانستی ئامار

منتدی إقرأ الثقافی

www.iqra.ahlamontada.com



د. ته‌ها حوسین عه‌لی

د. سه‌ردار عوسمان باداوه‌یی

چاپی دووهم 2015

بڼه ماكانی زانستی ئامار

د. ته‌ها حوسین عه‌لی

د. سهردار عوسمان خدر باداوه‌یی

چاپی سییه م 2015

ناسنامه‌ی کتیب

ناوی کتیب :- بنه‌ماکانی زانستی ئامار

نوسەر :- د. ته‌ها حوسین عه‌لی، د. سەردار عوسمان خدر باداو‌ه‌یی

پیداچوونه‌وه‌ی زمانه‌وانی: د. نه‌ریمان خو‌شناو

پیتچنین: بیشار سەردار

نه‌خشه‌سازی به‌رگ:

تیراژ: (1000) دانه.

تۆبه‌تی چاپ :- چاپی سییه‌م 2015

شوینی چاپ :- چاپخانه‌ی هیفی - هه‌ولێر

له‌ به‌رپوه‌به‌رایه‌تی کتیبخانه گشتیه‌کان

ژماره‌ی سپاردنی (2441) ی سالی 2011 ی پێدراوه‌.

مانی له‌ چاپدان و له‌به‌رگرتنه‌وه‌ی پارێزراوه‌ بۆ هه‌ر دوو نوسه‌ر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ذَٰلِكَ الَّذِي يُبَشِّرُ اللَّهَ عِبَادَهُ الَّذِينَ آمَنُوا
وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا
إِلَّا الْمَوَدَّةَ فِي الْقُرْبَىٰ وَمَن يَقْتَرِفْ حَسَنَةً
نَّزِدْ لَهُ فِيهَا حُسْنًا إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ شَكُورٌ

سورة الشورى

الاية (23)

پیشکەشە بە :

*گیانی پاکی سەرودری مەرقایەتی پیغەمبەرمان (محمد) (درویدی غوای ئە سەر بیئت) .

*بە هەموو ئەو کەسانە ی شەونخوونی دەکەن ئە پیناوبە دەستەینانی

زانست و زانیاری بۆ خزمەت کردنی وولاتەکیان .

*بە مامۆستای قوناغە جیا جیاکانی خویندەمان .

نووسەرەکان

پیشہ کی

سو پاس بۆخودای گه وره و دوردی خواش له سهر پیغه مبهری مه زمان . ئاشکرایه بنه ماکانی ئابووری بهیه کیک له بابته گرنگه کان داده نریت ، که به ده روازی بنه رتهی زانستی ئامار ولفه پیشکه وتوووه کانی داده نریت، له هه مان کاتدا ئامرازیکه به کارهینراوه له زۆریه ی زانسته جوراوجۆره کان له بواری پراکتیکی دا به کارده هینریت. له سهر ئه و بنچینه یه دا ئه م کتیبه ی به رده سستی به پیزتان شیوازی ئاماری ساده و له هه مان کاتدا گرنگی له خۆگرتوووه ، که به وانه ی بنه رته ی و پرۆگرامی خویندنی ئاماری ده سته پیک داده نریت، پیش ئه وه ی بچینه نیو شیوازی ئاماری پیشکه وتوو ، که له قوناغه پیشکه وتوووه کانی به شی ئامار ده خویندریت، سه رباری ئه وه ی له لقه جیا جیاکانی به شی کارگێری و ئابووری و ژمیریاری و زانسته دارایی و به نکیه کان ده خویندریت، که هه ول دراوه پشت به لایه نی پراکتیکی ببه ستریت ، ئه ویش له میانه ی پیشکه ش کردنی ژماره یه ک نمونه ی ئابووری و کارگێری و له هه مان کاتدا دوورکه وتنه وه له لایه نی تیوری و ماتماتیکی ، که گرنگی ئه وتوی بۆ به شه زانستیه کانی تر نییه (بیکه له به شی ئامار نه بیئت) بۆقوتابی و توێژه ران، که په نگه بییته بارگرانی له سه رقوتابی و گرنگی له سهر لایه نی زانستی و پراکتیکی لاواز بکات، له گه ل له به رچا و گرتنی ماوه ی خویندنی ئه و به شانه بۆ وانه ی ئامار . هه روه ها ده توانریت ئه و شیوازه ئاماریانه وه ک پرۆگرامی خویندن یان شیوازی پوون کردنه وه بۆتوێژه ران له بواری زانسته کانی دیکه به کارده هینریت، وه ک زانستی پزشکی، ئه ندازه یی ، ماتماتیکی ، کۆمه لئاسی ، فه لسه فه ، کیمیا، جوگرافیا،... هتد. ئه م کتیبه زمانی ئاماریکی ئاسانی به کارهینراوه ، که تایبه ته به وقوتابیانه ی که زانستی ئامار ده خوینن ، هه رله م کتیبه دا پاشکویه ئاماده کراوه ، که گرنگترین زاواوه زانستیه به کارهینراوه کانی تیدا پیشکه ش کراوه ، له هه مان کاتدا کورته ی گرنگترین پیوه ره ئاماریه به کارهینراوه کانیشی له خۆ گرتوووه ، سه ره پای ئه مانه ش ئه م کتیبه بهیه که م کتیبی بنه ماکانی زانستی ئامار داده نریت، که به زمانی

کوردی پیشکەش بە قوتابیانی بە پێزی زانکۆو پەیمانگاکانی هەریەک کوردستان
 کراوە. لە کۆتاییدا هیواخوازین ئەم کتێبە جێگای بایەخ و پازەمەندی قوتابیانی و
 مامۆستایان بێت، لە گەڵ ئەوەی چاک دەزانین کە ئەم کتێبە پێویستی بە تێبینی و
 پێشخستن هەیە لە لایەن مامۆستاو قوتابیانی هەوڵێک بۆ ئەوەی لایەنی لاوازی کەم بکێتەوه،
 چونکە ئێمە باش دەزانین کە کامڵ بوون تەنیا بۆ خودای گەورەیه .
 ﴿وَأَمَّا الزُّبَدُ فَيَذْهَبُ جُفَاءً وَأَمَّا مَا يَنْفَعُ النَّاسَ فَمَا بَكَتُ فِي الْأَرْضِ﴾

تێڕێن (لە) زانکۆ
 (لە) زانکۆ

د. سەردار عوسمان خەدر	د. تەها حوسەین عەلی
بەشی ئابووری	بەشی ئامار
کۆلیژی کارگێری و ئابووری	کۆلیژی کارگێری و ئابووری
زانکۆی سەلاحەددین / هەولێر	زانکۆی سەلاحەددین / هەولێر

ناومرۆك

لاپەرە	بابەت
11	بەشى يەكەم – چەمكى ئامار Concept of statistic
13	زانستى ئامار
14	قۇناغەكانى پىرۇسەى ئامار
15	پۇلئىن كىردنى زانستى ئامار
16	ئامارى باسەنى
16	ئامارى خۇيىندەنەۋەى
16	داتا ئامارىيەكان
18	كۆمەلگاي ئامارى
19	بۆاردە
20	دىاركىردنى قەبارەى بۆاردە
20	پىگاكانى بۆاردەكىردىن
25	پامىئاننى بەشى يەكەم
27	بەشى دوۋەم - پىزىبەندى و خستىنەپوۋى داتاكان Data Tabulation and Presentation
29	پىزىبەندى و خستىنەپوۋى داتاكان
36	دابەشكىردنى دووبارەىى
37	دابەشكىردنى دووبارەىى پىژەىى
38	دابەشكىردنى دووبارەىى كۆكراۋە
43	خستىنەپوۋى بەيانى بۆ داتاكان
43	پلىكانى دووبارەىى

45	فره گۆشه‌ی دووباره‌یی
48	چه‌ماوه‌ی دووباره‌یی
50	چه‌ماوه‌ی دووباره‌یی کۆکراوه
56	ستوونی به‌یانی
61	بازنه‌ی به‌یانی
63	هێڵی به‌یانی
65	پاهێنانی به‌شی دووهم
67	به‌شی سییه‌م - هێما و زاراوه ماتماتیکییه‌کان Notations
69	2.3: - هێمای کۆکردنه‌وه
75	3.3: - هێمای جاران
79	پاهێنانی به‌شی سییه‌م
81	به‌شی چواره‌م - پێوانه‌کانی Measures of Central Tendency ناکوکی ناوه‌ندی
82	نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن
89	نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن کێشکراو
92	نیوه‌نجی هاوکۆکی
95	نیوه‌نجی دووجایی
97	نیوه‌نجی نه‌ندازه‌یی
100	مه‌نوال
103	ناوه‌پاست
109	پاهێنانی به‌شی چواره‌م

113	به‌شی پینجه‌م- پیوانه‌کانی پهر شوپلاوی	Measures of Variation
115	مه‌ودا	
117	لادانی نیوه‌نج	
119	لادانی چاره‌گی	
122	لادانی پیوه‌رکاری	
127	جیاکاری	
129	هاوکۆلکه‌ی پهر شوپلاوی	
131	چه‌ماوه‌ی شکانه‌وه و پله‌ی جولای	
134	پامینانی به‌شی پینجه‌م	
135	به‌شی شه‌شه‌م- شیکردنه‌وه‌ی پیکه‌وه‌لکان	Correlation Analysis
137	هاوکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی هیلّی ساده	
143	هاوکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی ریزبه‌ندی سپیرمان	
147	هاوکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی به‌شه‌کی	
151	هاوکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی فره‌یی	
157	پیکه‌وه‌لکان له‌ نیوان خه‌سه‌ته‌کان	
157	هاوکۆلکه‌ی هاوکۆک	
159	هاوکۆلکه‌ی لیکنزیکبوون	
162	پامینانی به‌شی شه‌شه‌م	
165	به‌شی چه‌وته‌م- شیکردنه‌وه‌ی لاریبوون	Regression Analysis
167	ئامانجی شیکردنه‌وه‌ی لاریبوون	
169	لاریبوونی هیلّی ساده	

179	هاوڭۆلكەى ديارىكردن
182	مەلەى پىئوهركارى
186	لارىبوونى ھىللى فرەبى
192	هاوڭۆلكەى ديارىكردن بۆ لارىبوونى ھىللى فرەبى
194	مەلەى پىئوهركارى بۆ لارىبوونى ھىللى فرەبى
202	پامىنانى بەشى ھەوتەم
205	سەرچاۋەكان
209	پاشكۆكان
209	پاشكۆ A - زاراۋە زانسىبەكان
220	پاشكۆ B - دەقە ئامارىبەكان

بہشی یہ کہم

چہمکی نامار

Concept of statistic

1.1: زانستی ئامار:

زانستی ئامار ھەر لە کۆنە و ناسراوە، بە ژماردن لە لایەن میژونووسی یۆنانی (ھیرودۆتس) کراوە، ئەویش لە ساڵی (480) ی پێش زاین، کاتیک یەکیک لە سەرکردەکانی سوپا پێگایەکی سەرەتایی و سادەیی بۆ زانیی ئامارەیی سوپاکەیی پەپەرەو کردووە. ھەر وەھا لە قورئانی پیرۆز، لە زۆر شوێندا ئاماژە بە لایەنی ئامارە وە دراوە بە تاییبەتی پڕۆسەی ژماردن، ھەر وەکو خودای گەورە دەفەر مووێت (لقد احصاهم وعدهم عدا) بە ھەمان شێوە لە ژیا ننامەیی پێغەمبەرمان محمد (دروودی خوای لە سەر بێت) نموونەییکی جوان لە بارەیی پڕۆسەی سەرژمێری یان ژماردن ھەیە ئەویش ئە و کاتەیی پێغەمبەرمان مەزندەییەکی ووردی بۆ ئامارەیی سوپای قورەیشیەکان لە جەنگی بەدردا کرد، ئەویش ئە و کاتەیی زانی قورەیش پۆزانی (9) حوشتەر لە دەست دەدات.

ووشەیی ئامار (STATISTICS) داتا شراوە لە ووشەیی لاتینی (STATUS)، یان لە ووشەییکی ئیتالیە وە (STATISTA)، یاخود ووشەییکی ئە ئالمانییە (STATISTIK) ھەر ھەمووشیان مانای راستە قینە و زانیاری لە سەر دە و لەت دەداتە دەستە وە (POLITICAL STATE) ئە مە و ئە و چە مە بۆ کۆکردنە وەیی زانیاری تاییبەت بە تاکەکانی کۆمەلگا بە کار دە ھێنرێت، بە مە بە سستی پێکھێنانی بیرۆکەیی ھێزی کار، ھەر وەھا پێکھێنانی بنکەیی زانیاری، کە لە میانەیدا دەتوانرێت دە و لەت باجی پێ بسە پێنێت، تا دۆخی دارایی خۆی بە ھێز بکات.

کەواتە ئامار بریتییە لە (لێکۆڵینە وە لە خەسلەتەکانی کۆمەلگا و پێکھێنانی دەرە نجامەکان لە بارەیی کۆمەلێکی گەورە لە داتاگان، ئەویش کاتیک بە شێکی بچووک لە داتاگان بە دەست دە ھێنرێت).

ھەر وەھا دەتوانرێت ئامار بە وە پێناسە بکریت کە بریتییە (لە شێوازێک یان ئامرازێک، کە لە میانەیدا دەتوانرێت راستیەکان و زانیارییەکان کۆبکریتە وە بە شێوەیی ئامارەیی دابریژرێت یان مەزندە بکریت بە پێی ئاستی گونجاو لە وردە کاری، و کۆکردنە وەیی راستی و زانیارییەکان بە شێوەیی خولی رێکخراو بۆ مە بە سستی دیاریکراوی پێشوو، بە ھەمان شێوە رێکبخرێت کە پەییوەندی لە نێوانیان پوون بکریتە وە). بە کورتی دەتوانرێت زانستی ئامار بە وە پێناسە بکریت، کە بریتییە لە (زانستی مەزەندە و

ئەگەرەكان) ھەرۈھە زانستى ئامار بەۋە پىئاسە دەكرىت، كەبرىتتېيە (لەو زانستەي، كە گىرنگى بەدابىن كىردى پاستىيە ژمارەيىيەكانى دىياردە جۇراوجۇرەكان دەدات، دواي ئەۋە رىكىيان دەخات و دەيانخاتە پو، ئىنجا شىيان دەكاتەۋە بەمەبەستى دەرەنجامى دىياري كراوى وورد، بەئامانجى تىگەيشتىن لەدىياردەكان لەلايەك و لەلايەكى دىكە پىشكەش كىردى پىشنىياري جۇراو جۇر بۇ بەدواداچوونى ئاراستەي ئايندەي ئەۋ دىياردانە). ئامار لە زۇر بـوار بـە كاردەھىتئىت وەك زانستى بايۇلۇژى، وپزىشكى، وكشـتوكالى، وئابوورى، وكارىگىرپى، وكۆمەلئاسى، و دەروونئاسى، وپرەگەزناسى، وپىشەسازى، وكىمىياو، وەرز شى و..... ھتد.

1-2؛ -قۇناغەكانى پىرۇسەي ئامار؛ -قۇناغەكانى پىرۇسەي ئامار لەمانەي خوارەۋە پىك دىت:

1-) كۆكردنەۋەي داتاكان؛ -برىتتېيە لەزانىياري سەرەتايى ژمارەيى كەدەتوانىت بەدەست بەئىتئىت، لە سەرچاۋەكانى حكومت يان كەرتى تايبەت ياخود لەپىگاي ئەنجامدانى پاپرسىيەۋە، يان دىياريكىردى بۇاردەۋە بەبى ئەۋەي پىۋىستى بە ۋەرگىرتى ھەمو زانىياريەكان بكات.

2) پىگىستى داتاكان؛ -ئەۋ داتاكانەي كە بەدەست دەھىتئىت، لەپىگاي خىشتەي ئامارى يان شىۋەي ھىلكارى رىكدەخىت، بەمەبەستى چارەسەرى ماتماتىكى و ئاسانكارى سەيركىردن و زانىنى ھەندىك ئاماژەي سەرەتايى.

3) چارەسەرى ماتماتىكى؛ -لەپىگاي چارەسەرى داتاكان بە شىۋەي ماتماتىكى، ئەۋىش بەمەبەستى دەرەئىنانى دەرەنجامى ژمارەيى(ئاماژە ئامارىيەكان)، وەك: پىۋەرەكانى ناكۆكى ناۋەندى، يان پىرشوبلاۋى ياخود ھاۋكۆلكەكانى پىكەۋەلكان..... ھتد.

4) شىكىردنەۋەي دەرئەنجامەكان؛ -ئەۋەش بە گىرنگىرتىن پىرۇسەي ئامار دادەنرىت و بەبى ئەم ھەنگاۋەش دەرئەنجامەكان ژمارەيى دەبن و ماناي نابىت، بۆيە پافەكىردن جۇرپك لە ئەمانەت و پاستىگىزى و نەبوونى تەحبىز و شارەزايى تەۋاۋى لەبابەتى تويژىنەۋە دەبىت، ھەرۈھە زانستى ئامار سى ئاراستەي ھەيە، كە ھەريەكەيان ئەۋىتر تەۋاۋ دەكات:-

1) پىگاي ئامارىي؛ - (STATISTICAL METHOD) ئەۋ پىگايە بىرئىيە لە چۆنىەتى دىياريكىردى بۇاردە (SAMPLE)، دواي ئەۋە كۆكردنەۋەي داتاكان و لىكۆلئىنەۋە لە داتا

ماتماتیکیه‌کان و گه‌یشتن به دهرئه‌نجامی داتا‌کان، که‌واته بریتیییه له کۆمه‌لێک شیواز و هاوکیشه‌ی ماتماتیکی و یاسا و پۆشوینه‌کان، که یارمه‌تیمان ده‌دات بۆ توێژینه‌وه له ههر بابیه‌تیکى ئاماری و پراکتیزه‌کردنی له بواره جۆربه‌جۆره‌کانه‌وه.

(2) تیۆری ئاماری؛-(STATISTICAL THEORY) بریتیییه له‌بنه‌اغی زانستی، که‌له‌پێگای ئاماری و تیۆره‌کان پشیتی پێ ده‌به‌ستن، که‌ راقه‌ی هاوکیشه‌و یاساو شیوازه‌کان ده‌کات، له‌ ئامار به‌کارده‌هێنریت و له‌گه‌ڵ چۆنییه‌تی داتاشین و به‌ده‌ست هێنانی به‌شیوه‌ی کۆتایی ئاشکرای ئامارییه‌وه.

(3) ئاماری به‌جیه‌ینان؛-(APPLIED STATISTICS) بریتیییه له‌ پراکتیزه‌کردنی ئامرازه‌کانی ئامار له‌ بوارى دیاریکراودا، ئه‌مه‌ش پێویستی به‌شاره‌زایی له‌پێگاکانی ئاماره‌وه هه‌یه‌و له‌گه‌ڵ ئاره‌زووی گه‌وره‌ له‌ بوارى توێژینه‌وه‌دا، وه‌ک بواره‌کانی (ئابووری، کارگێری، پێشه‌سازی، په‌روه‌رده، کۆمه‌ڵناسی..... هتد.

1-3: - پۆلێن کردنی زانستی ئامار: - ده‌توانریت ئامار بۆ دوو به‌شى سه‌ره‌کی پۆلێن بکه‌ین:-

(1) ئاماری باسه‌نی (DESCRIPTIVE STATISTICS) هه‌موو شتی‌ک گرنگی به‌ پڕۆسه‌ی کۆکردنه‌وه‌و شیکردنه‌وه‌و راقه‌کردن و نوینه‌ریبونی داتا‌کان ده‌دات، هه‌موو ئه‌مانه‌ش بۆ زانستی ئامار ده‌گه‌ڕێته‌وه‌، وه‌ک هه‌ژمارکردنی تێکپرای خه‌رجی مانگانه‌ی خێزان یان کۆکردنه‌وه‌ و خسته‌نه‌پووی داتا‌کانی پوودای کۆمه‌لایه‌تی، وه‌ک ژنه‌پێنان و ته‌لاقدان، یان بۆزانینی پای کۆمه‌لگا له‌باره‌ی گروگرفتیکى دیاری کراوه‌وه‌، ئه‌ویش له‌میانیه‌ی ئه‌نکیتی پرسینه‌وه‌دا، هه‌تا ده‌توانریت لیکۆلینه‌وه‌ له‌ یاسا‌کانی پێککای په‌فتاری نیوترونه‌کان و ئه‌لکترۆنه‌کان بکړیت. له‌سه‌ر ئه‌م بنچینه‌یه‌دا ئاماری باسه‌نی به‌کارده‌هێنریت بۆ باسکردنی راستیه‌کان و گۆڕینی بۆ ژماره‌و خسته‌نه‌پووی شیوه‌ی گونجاو، ئه‌ویش به‌به‌کاره‌ینانی خسته‌نه‌پووی داتا‌کانه‌وه‌ (GRAPHIC PRESENTATION)، که‌ گوزارشت له‌ داتا ئامارییه‌کان ده‌کات، ئه‌ویش له‌میانیه‌ی خسته‌کان یان نه‌خشه‌کان یاخود شیوه‌ هێلکارییه‌کان، به‌ ئامانجی پێدانی وینه‌یه‌کی گشتی له‌باره‌ی ئاراسته‌ی دیارده‌یه‌که‌، له‌هه‌و ش—یوه‌ هێلکاریانه‌ش (س—توونی لاکیشه‌کان، چه‌ماوه‌کان، بازنه‌کان.... هتد) دیت. هه‌روه‌کو ده‌گوتریت، که‌ شیوه‌یه‌کی

هیلکاری له پوونکردنه وهی دیاردهیه کدا دهوله مەندتره له ههزار ووشه. له لایه کی دیکه دا ئاماری باسه نی بریتیه له لیکۆلینه وهی ماتماتیکی، که له پێگایه وه ده توانریت هه ژماری هه ندیک له ئاماژه کانی ئامار بکریت، وه ک پێوه ره کانی ناکوکی ناوه ندی، وه ک ناوه ندی هه ژمارکردن، ناوه پاسه، ژماره ژۆر دووباره بووه وه کان.... هتد. هه روه ها پێوه ره کانی په رشوبلاوی وه ک مه ودا، لادانی پێوانه یی، جیابوونه کان.... هتد، سه رباری پێوه ره کانی په یوه ندی نیوان دوو دیارده، یان زیاتر، وه ک هاوکۆله کی پێکه وه لکان.... هتد.

(2) ئاماری شیکردنه وه: - (INFERENCE STATISTICAL) ئاماری شیکردنه وه یی گرنگی به بژارده ی کۆمه لگای توێژینه وه ده دات، بۆ ئه مه ش ئه مانه ی خواره وه به کارده هینریت: -

(أ) مەزەندەکردن: - (ESTIMATION) ده توانریت بژارده ی کۆمه لگای توێژینه وه له میانه ی مه زنده کردنی خالی (POINT ESTIMATION) ئه نجام بدریت، وه ک مه زنده ی تیکرای کۆمه لگا له میانه ی مه زنده ی ناوه ندی هه ژمارکردن یان مه زنده کردنی یه ک ژماره دا بۆ (INTERVAL ESTIMATION) بژارده ی کۆمه لگای توێژینه وه که بکریت، سه رباری مه زنده کردنی ماوه یی ئه ویش له شیوه ی ماوه ی نیوان پاده ی به رزو پاده ی نزمدا به پله ی متمانە یان ئه گهریکی دیاریکراوه وه، که ده که ویتە نیوان ئه و دوو ماوه یه.

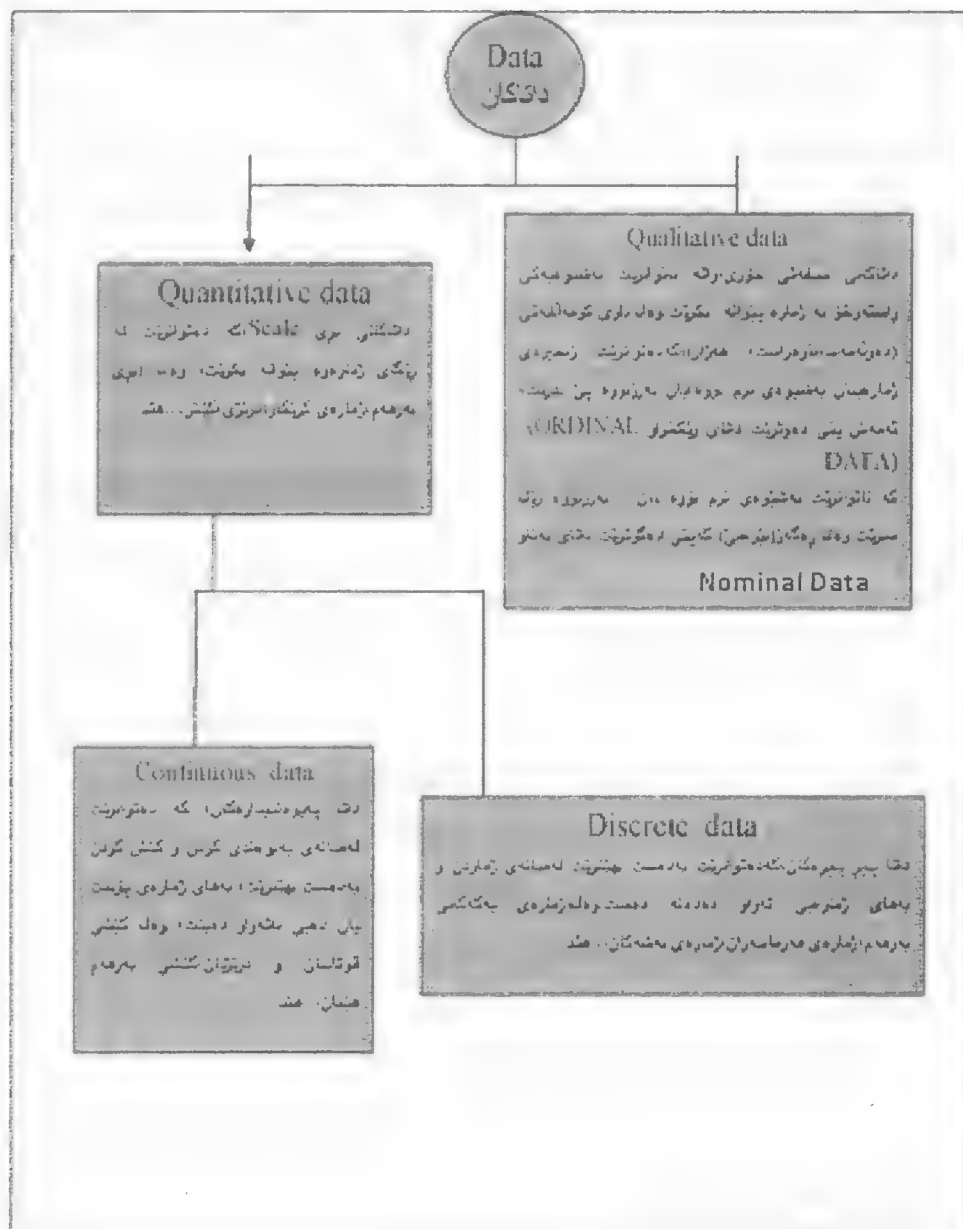
(ب) ئەزمونی گریمانه کان: - (TEST OF HYOTHESIS) واته به کارهینانی داتا کان، که کۆکراوه ته وه له کۆمه لگا له پێگای بژارده وه و له گه ل ئاماژه ی ئاماری مه زنده کراو له باره ی دیارده یه کی توێژینه وه، به مه به سستی گه یشتن به بپاریک سه باره ت به گریمانه کانه وه، که له سه ره تای توێژینه وه وه ک پافه یه کی کاتی داده نریت بۆ ئه و دیارده یه و په نگه بپاریش به په سه ند یان په تکردنه وه ی گریمان بدریت.

4.1: - داتا ئامارییه کان: -

بریتیه له کۆمه لیک پاستی و زانیاری، که په یوه ندیداره به دیارده یه کی توێژینه وه و به که رسته یه کی سه ره تایی زانستی ئامار داده نریت. داتا کانیش بۆ چه ند به شیک دابه ش ده بن، که ده توانریت له میانه ی ئه و هیلکارییه کورت بکریته وه: -

هینکاری (1-1)

بهشی داتاگان



له سه ره ئه م بڼه مایه ده توانریت گټور او (**variable**) به وه پیناسه بکړیت، که بریتیه له خاصیه ټیک که به های جوړ او جوړ به جیاوازی که سه کان، یان شوینه کان یاخود شته کان له خو بکړیت، هه رکاتیک دریژی یان کیش یاخود ته مه نی که سیکمان دیاری کرد، نه و نه نجامه کی هه میشه گوزارشت له به های نه و گټور او ده کات، کاتیکیش هوکاری پیکه ووت ده خینه نیو به ها ده رها توه کان، نه و گټور او له م دڅه دا پیی ده گوتریت په مه کی (**Random variable**)، به های ها توره ده سستی کرده ی پیوانه کردن ئورجار گوزارشتی نه وه ی بؤ ده کړیت، که بینره کانن یان پیوانه کانن.

سه رچاوه کانی داتاش بؤ دووبه ش دابه ش ده بن:-

(1) سه رچاوه ی مه ی دانی راسته وڅو؟ - لیره دا توپیر به خودی خوی هه ولی به ده ست هی نانی پاسستی و زانیارییه کانی له باره ی دیارده ی توپیرینه وه که ی ده دات، وه ک (پرسینه وه... هتد).

(2) سه رچاوه ی فهرمی و میژووییه کان؟ - لیره دا دام و ده زگا کان ئه رکی دابینکردنی داتا ئامارییه کانی دیارده ئابووری و کومه مه لایه تی و ته ندروستی و روشنبیری و زانستی و ... هتد ده گر نه نه ستر.

1-5: کومه لگای ئاماری: (statistical population)

کومه لگا بریتیه له هه موو به ها و تاکه کان که ده توانریت وه ک گټور او وه ربگیریت، که ئاره زووی به ده ست هی نانی ده رته نجام له باره ی وه ده کړیت، نه مه ش جینگای گرنگی توپیره یان بریارده ره، بؤ نمونه نه گه ر لیکولینه وه که مان سه باره ت به ده ستهاتی مانگانه ی فرمانبه رانی کولیزې ئابووری و کارگپړې زانکوی سه لاهه ددین بیت، نه و له م دڅه دا کومه لگای ئامار بریتیه له فرمانبه رانی نه و کولیزه ی زانکوی ناوبراوه وه. کومه لگاش دابه ش ده بیت بؤ کومه لگای سنووردار (**finite population**)، نه مه ش بریتیه له و کومه لگایه ی، که ده توانریت کونترول ژماره ی تاکه کانی بکړیت، هه وه کو ده ستهاتی فرمانبه رانی کولیزې کارگپړې و ئابووری له زانکوی سه لاهه ددیندا، یان کومه لگای بی سنوور (**infinite population**) ده بیت، نه مه ش نه و کومه لگایه ی که ناتوانریت کونترول بکړیت واته ناتوانریت ژماره ی تاکه کانی کونترول بکړیت، وه ک ماسی ناو ده ریا، نه ستیره کانی بوشایی ئاسمان.

1-6: - بژارده (sample): بژارده بریتیه له به شیکی کۆمه لگه، ئەمەش بریتیه

له کۆمه لێک بینەر، که به پێگایه که له پێگاکان بژارده کراوه، ئینجا کاتێک ناتوانرێت لێکۆڵینه وه له هه موو کۆمه لگا بکری، ئەویش به هۆی په یوه نیدیارد بوونی به کات و هه ول ههیه، سه باری نزم کردنه وهی تیچوون یاخود ئەسته می ئەنجامدانی لێکۆڵینه وه بۆ هه موو کۆمه لگا، بۆیه پشت به وه رگرتنی بژارده و خاسیه ته کانی ده به ستین، به مهش ده توانین ده رنه نجامی خه سه له ته کانی کۆمه لگای بنه په تی بکهین، که بژارده که ی لێوه رگیراوه، ئینجا سه ره پای لای نه چاکه کانی به کارهێنانی بژارده، به لām هه لێبژاردنی بژارده پووبه پووی دوو جۆر هه له ی سه ره کی ده بیته وه، ئەویش بریتیه له :-

1- هه له ی رێککه وت یان هه له ی بی مه به ست :- هه له ی په مه کیشی پی ده وتی، ئەمەش بریتیه له هه له ی ئاماری بی مه به ست له ئەنجامی وه رگرتنی بژارده له کۆمه لگا دروست ده بی، مه رجیش نیه هه میشه به شیکی نوێنه رایه تی هه موو کۆمه لگا بکات، ده توانرێت به سه ر ئەو جۆره هه له یه زالبی، ئەویش له پێگای هه لێبژاردنی باشترین پێگا له پرۆسه ی هه لێبژاردنی بژارده، یان له پێگای زیادکردنی قه باره ی بژارده، هه رکاتێک قه باره ی بژارده زیادی کرد، ئەوا باشتر نوێنه رایه تی کۆمه لگای ئاماری ده کات.

2- هه له ی ئەنقه ست :- ئەمەش بریتیه له هه له ی به ئەنقه ست، چونکه به شیوه ی ئەنقه ست له لایه ن توێژه ر ئەنجام ده دریت که هه لده ستی به هه لێبژاردنی تاکێ بژارده که به شیوه ی ئەنقه ست بۆ به رژه وه ندی توێژه ریکی دیاریکراو، یان چینێکی دیاریکراو. لێره دا زیادکردنی قه باره ی بژارده به شیوه ی ئەنقه ست ده بیته هۆی زیاده بوونی قه باره ی هه له کان. ده توانرێت به سه ر هه له ی به ئەنقه ست زāl بین، ئەویش له پێگای پلاندانانی باش بۆ هه لێبژاردن و جیبه جیکردنی بژارده که. هه روه ها پێداچوونه وه ی به رده وام بۆ پێوه ری هه لێبژاردنه که، سه رباری پشت به ستن به شاره زاییان له م بواره دا

*** دیاریکردنی قه باره ی بژارده :-** کاتێک قه باره ی بژارده دیاری ده کری، ئەوا هاو شیوه بوونی یه که کانی کۆمه لگه و مه ودای متمانه له به رچاو ده گری، که ده بی توێژه ر له توێژینه وه که ی خۆی په یوه ست بیته پییه وه. ئینجا ئەگه ر بیته پله ی هاو شیوه بوون له نیوان یه که کانی کۆمه لگه گه رده بوو، ئەوا توێژه ر ده توانی بژارده یه کی قه باره بچووک وه رگیری، به لām ئەگه ر بیته کۆمه لگه دا هاو شیوه نه بوو، ئەوا پێویسته قه باره ی

بژارده که گوره بیت، ههروهه له دیاریکردنی قهبارهی بژارده توانای دارایی و کاتیش له بهرچاو دهگیریت، که پهنگه بههویهوه بژاردهیهکی که متر له قهبارهی گونجاو وهریگیریت.

*** پینگاکانی بژاردهکردن:** - شیوازی دیارکردنی بژارده پپی دهوتریت بژاردهکردن (SAMPLING)، بژاردهش بریتییه له کۆمهڵیک یه که (SAMPLING UNITS) که له چوارچیوهی بژارکردن (SAMPLING FRAME) ههڵدهبژیریت، که پیک دیت له تاکهکان یان خیزان یاخود یه که کانی بهرهم، بژاردهکانیش نهنجامی بهرزو وورد دهدهنه دهستهوه، که هاوکۆک دهبیت بهشیوهی راستهوانه له گهڵ پلهی نوینه رایهتی داتاکانی کۆمهڵگه بۆ ئهمهش دوو کۆمهڵهی سههرهکیمان له دیاریکردنی بژاردهکان ههیه، که بریتییه له: -

یه کهم: - پینگا رهمهکییهکان: - (RANDOM SAMPLES) بریتییه له و پینگایانهی، که په یوه ندیداره به ههلبژاردنی تاکی بژاردهکان بهشیوهی رهمهکی، به واتای ئهوهی ههرکاتیک له کۆمهڵگا ههلی یه کسانێ له گهڵ ههلی ههر تاکیکی دیکه له بژارده که دا ههیه، بۆنموونه ئهگەر بیتۆ ژمارهی تاکهکانی کۆمهڵگا (1000) بیت، ئهوا ههلی به دیارکهوتنی ههر تاکیک له بژارده که دا یه کسانه به یهک له هه زاردا. له گرینگترین جۆره کانی بژارده رهمهکییهکانیش بریتین له: -

1- بژاردهی رهمهکی ساده: - (SIMPLE RANDOM SAMPLE) به ئاسانترین جۆره کانی بژارده دادهنریت، ئهویش ئهوکاتهی یه که کانی کۆمهڵگای تووژینهوه له دۆخی هاوشیوهیی دان، لیره دا ههڵ بۆ ههریه که یهک له یه که کانی کۆمهڵگا بۆ به دیارکهوتن له بژارده که به ئهگه ریکی یه کسان و سههریه خۆ دادهنریت له نێو ئه و پینگایه کی به کاردههێنریت بۆ ههلبژاردنی رهمهکی بریتییه له پینگای تیروپشک، ئهویش له پینگای نووسینی ژمارهی هه موو تاکه کانی کۆمهڵگای بنچینهیی له سههر پسهولهی بچوک، دواي تیکدانی بهشیوهیهکی باش، ژمارهیهکی به پینگای رهمهکی لی پادهکیشین، که نوینه رایهتی بژاردهی تووژینهوه دهکات، یان له پینگای بهکارهێنانی خشتهی ژمارهیی رهمهکی، به تایبهتی کاتیک قهبارهی بژارده که گوره دهبیت، که له ستوون و ئاسۆیی پیک دیت، که ستوونی و ئاسۆیی بهشیوهی رهمهکی له خشتهیه که ههڵدهبژیریت، ئینجا

ژماره‌ی خانه ژماره‌یه‌کی گونجاوی گه‌وره له کۆمه‌لگاکه دیاریده‌کریت، دوا‌ی نه‌وه تاکه‌کان به‌پیتی زنجیره‌ی ژماره‌یی ناو خسته‌که به‌شیوه‌ی ستوونی و ئاسۆیی هه‌لده‌بژێردریت، تا ژماره‌ی پتووستی بژاردی تووژینه‌وه‌که ته‌واو ده‌بی‌ت. چهند پێگایه‌ک بۆ دیاریکردنی قه‌باره‌ی بژاردی پهمه‌کی ساده هه‌یه، له‌وانه: -

(أ) دیاریکردنی قه‌باره‌ی بژاردی له‌سه‌ر بنچینه‌ی نێوه‌نجی: - ئه‌مه‌ش له‌ میانه‌ی پراکتیزه‌کردنی ئه‌م هاوکێشه‌یه‌ی خواره‌وه دیته ده‌ست: -

$$n = \frac{z^2 \sigma^2}{e^2} \dots (1.1)$$

- بریتییه له قه‌باره‌ی بژاردی n:

- به‌های پتوهری بۆ گه‌راوێکی دیاریکراو: Z:

- جیاوازی کۆمه‌لگا σ^2 :

- هه‌له‌ی پێپێدراو e:

نموونه: - ئه‌گه‌ر بێتو کۆمه‌لگای تووژینه‌وه یه‌کسان بێت به (5) و ئاستی متمانه‌ی پتووست (95٪) بێت و هه‌له‌ی پێپێدراویش یه‌کسان بێت به (0.01)، ئه‌وا قه‌باره‌ی بژاردی پتووست: -

$$n = \frac{(1.96)^2 (5)}{(0.01)^2} = 192080$$

ب- دیاریکردنی قه‌باره‌ی بژاردی له‌سه‌ر بنچینه‌ی پێژه‌یی: - ئه‌مه‌ش ده‌توانی‌ت له‌ میانه‌ی ئه‌م هاوکێشه‌یه‌ی خواره‌وه پراکتیزه‌ بکری‌ت: -

P: - پێژه‌ی سه‌رکه‌وتنی گریمانه‌یی له‌ کۆمه‌لگا.

نموونه: - گریمانی نه‌وه ده‌که‌ین، که له‌ نێو هه‌ر (10) په‌یوه‌ندی کردن له‌گه‌ڵ مامه‌له‌کاراندا، یه‌ک کرده سه‌رکه‌وتن به‌ده‌ست ده‌هینێت. قه‌باره‌ی بژاردی چهند ده‌ بێت؟ ئه‌گه‌ر بێتو ئاستی متمانه‌ی پتووست (95٪) بێت و هه‌له‌ی پێپێدراویش (0.05) بێت.

$$n = \frac{(1.96)^2 (0.10)(1 - 0.10)}{(0.05)^2} \approx 138$$

2- بژاردەى رەمەكى چىنى: (stratified random sample): لىرەدا كۆمەلگە

بنەپەرتى توۋرىنەۋە بۇ چەند چىنىكى ناھوشىۋە دابەش دەكات، لە ھەمان كاتدا ھەر چىنىك لە تاكى ھاوشىۋە لەنىۋخۇياندا پىك ھاتوۋە. ئىنجا بەشىۋەى رەمەكى لەو چىنانە ژمارەى پىۋىست دىارى دەكرىت، بەشىۋەىەك بگونجىت لەگەل قەبارەى ھەرچىنىك لە چىنەكانى كۆمەلگا. ئەم جۆرە پىگايەش دەبىتە ھۆى زىادبوۋنى نوینەرايەتى بژاردەكە، بەمەش توۋرەر دەتوانىت بژاردەى بچوكتەر ۋەربگرىت، ئەمەش خەرجى توۋرەر كەم دەكاتەۋە.

3 بژاردەى قۇناغە جىاجىاكان: (multi-stage random sample): برىتپە

لە بژاراركردن لە كۆمەلەكان، ئىنجا بژاردەىەكى رەمەكى سادە لەو كۆمەلەنەى كۆمەلگاگە پادەكىشرىت. ئىنجا سەرژمىرى گشتگر بۇ ھەموو تاكى كۆمەلەكان، كە ھەلبرژاردان ئەنجام دەدات، يان ھەلدەسىتى بى بژاركردى ھەموو كۆمەلە ھەلبرژاركردوۋەكان (بەدووقۇناغ) دەتوانرىت قۇناغى دىكەى بژاركردن بەپىتى سىروشتى توۋرىنەۋەكە زىاد بكرىت، ئەۋكاتەش بەبژاردەى قۇناغە جىاجىاكان دەناسرىت. بۇ نمونە كاتىك توۋرىنەۋەى كشتوكالى ئەنجام دەدرىت بۇ كشتوكالى دانەۋىلەك، سەرەتا گوندەكان ۋەك يەكەى سەرەتابى ۋەردەگرىت، ئىنجا كىلگەكان ۋەك يەكەكى ناۋەندى ۋە دواى ئەۋەش پارچە زەۋى لە كىلگە بژاردەكان ۋەردەگرىن ئەمەش لە سى قۇناغ پىك دىت.

4 بژاردەى رەمەكى رىگىراۋ: Systematic Random Sample : ئەم پىگايە لە

دۇخى ھاوشىۋەى كۆمەلگەى بنەرەتى يان رەمەكى بەكار دەمىنرىت، ھەلبرژاردنى تاكەكان بە ماۋەى يەكسان دەبىت، سەرەتا يەكەى يەكەمى بژاردەكە بەپىگەى رەمەكى دەبىت، بەمەش تاكەكانى دىكە بژاردەكە ديارىدەكات، بۇ نمونە ئەگەر وىستمان بژاردەكە لە قوتابيانى بەشى ئابوۋى بە رىژەى (10%) ۋەرىگرىن، كە ژمارەيان (500) قوتابىيە، لەم دۇخەدا قەبارەى بژاردەكە (0.10X500) يەكسان دەبىت بە (50) قوتابى، ھەروەھا ھەلبرژاردنى ھەر تاكىك لەتاكەكان پىشت بە قەبارەى بژاردەكە ۋە قەبارەى كۆمەلگا دەبەستىت جارى ۋا ھەيە (1-8) دەبىت، يان (1-15) دەبىت... ھتد، ئەگەر بىتو وىستمان لە ھەر (10) قوتابى يەك قوتابى ۋەر بگرىن، ئەۋا

قوتابی یه که م به شیوه ی پهمه کی بژارده کهین، ئینجا بۆ دیاریکردنی قوتابی دوهم، نهوا کۆی ژماره (10) ی یه که م ده کهین، به م شیوه یه نه گهر بیتو ژماره ی قوتابی یه که م (6) بیت، نهوا کۆی ژماره (10) ی ده کهین، به شیوه یه تا قه باره ی بژارده که تهواو ده بیت (6، 16، 26، 36... هتد).

2) پنگا نارمه کیسه کان: (No random sample) ؛ لیڤرده یه که کان ی بژارده

به شیوه ی پیکهوت واته بی مه به ست یان یه که کان ی بژارده به شیوه ی مه به ست دیاری ده کریت به مه به ستی دیار کردنی لیکۆلینه وه ی دیاریکراو، له جۆره کان ی بریتییه له :

1) بژارده ی به پیکهوت: - (ACCIDENTAL SAMPLE) لیڤرده توێژهر هیچ ده ستیخستنی له دیاریکردنی بژارده که نییه، نه گهر بیتو توێژهر بیه ویت پای گشتی له به رامبه ر مه سه له یه ک بزانی، نهوا داده به زیته سه ر شه قام و پیکهوتی یه که م که س ده کات و پرسیا ری لی ده کات، نه مه ش دووباره ده بیته وه تا قه باره ی بژارده که ی تهواو ده بیت.

1. بژارده ی به شی: - Quota Sample

لیڤرده کۆمه لگا دابه ش ده کریت بۆ چه ند توێژیک و له هه ر توێژیکی ش، کۆمه له تاکیک وه رده گیریت، که نوینه رایه تی ده کات، دیار کردنی بژارده که ش به گوێره ی پتویست ده بیت، نه ک به شیوه ی پهمه کی، ئینجا کاتی ک توێژهر کۆمه لگا بۆ توێژی خه سه له تدا ری دیاریکراو دابه ش ده کات وه ک (قوتابی، مامۆستا، کرێکار... هتد)، ئینجا هه لده ستیت به هه لبژاردنی هه ر توێژیک له کۆمه له که، به بی نه وه ی بژارده که به شیوه ی پهمه کی، لیڤرده بواری تاکه جیاوازی نیوان بژارده ی چینی و بژارده ی به ش بریتییه له بواری هه لبژاردنی تاکه کان.

2. بژارده ی مه به ستدار (Purposive sample): -

بۆ به کارهێنانی نه و پنگایه پتویسته توێژهر شاره زایی له ئاماژه کان ی ئاماری کۆمه لگای به نه په تی هه بیت. ئینجا یه که کان ی بژارده له پوانگه ی نه م شاره زاییه وه دیار ده کریت، ئینجا یه که ی دیاریکراو هه لده بژێردریت، که وای بۆ ده چیت نوینه رایه تی کۆمه لگای به نه په تی ده کات. نه گهر بیتو توێژهر بیه ویت توێژینه وه له پای گشتی له باره ی

مەسەلە يەككى دىيارىكرادىا بىكات، ئەوا پىاوانى سىياسەتمەدارو كەسانى دىكە بۆ ئەو
توۋىژىنە وە يە ھەلدە بىژىردىن ئەو جۆرە بىژاردە يە نوۋىنە رايە تى كۆمەلگا ناكات، بەلكو ئەو
جۆرە بىژاردە يە نوۋىنە رايە تى كۆمەلگا ناكات، بەلكو نوۋىنە رايە تى پاى كەسەكانى نىو
بىژاردە كە بەتەنھادە كات.

راهیانه کانی بهشی یه کهم

1-1: پیتاسه ی ئامار بکه و جورده کانی باس بکه؟

2-1: قوناغه کانی پرۆسه ی ئامار بژمیره؟

3-1: جیاوازی نیوان ئاماری باسه نی و ئاماری شیکردنه وه یی بکه؟

4-1: گرنگی ئامار بۆ زانستی کارگری و ئابووری چیه؟

5-1: جیاوازی نیوان بژارده و کۆمه لگا چیه؟

6-1: کامه ریگای بژارده زۆرتین به کارهیتانی له ژایانی پراکتیکی دا ههیه؟ باسی بکه؟

7-1: ئەگەر بێتو جیاکاری کۆمه لای توێژینه وه یه کسان بێت به (25) و ئاستی متمانه ی پێویست (99%)، هه لای پێپیدراویش یه کسانه به (0.05)، قه باره ی بژارده ی گونجاو چه نده؟ ئه ویش به به کارهیتانی بژارده ی پهمه کی ساده له سه ر بنچینه ی نیوه نجی دا.

8-1: ئەگەر بێتو پێژه ی سه رکه وتنی قوتابیانی به شی ئابووری له کۆمه لگای توێژینه وه یه کسان بێت به (0.80)، و ئاستی متمانه ی پێویست (95%)، هه لای پێپیدراویش یه کسانه به (0.10) قه باره ی بژارده ی گونجاو مه زنده بکه؟ به به کارهیتانی بژارده ی پهمه کی ساده له سه ر بنچینه ی پێژه یی.

9-1: یه کێک له توێژه ران ئاره زوومه ندی دیاریکردنی پێژه ی بژارده ی به (20%) کردوه، له سه رجه می ژماره ی فه رمانبه ران که بریتیه له (5000) فه رانه ر. بژارده چۆن ده بێت به پیتی ریگای بژارده ی پهمه کی پیکخوا؟

بهشی دووهم
پۆلینکردن و خستنه‌پرووی
داتاگان

**Data Tabulation and
Presentation**

1.2: پېښه کی: (Introduction)

ئو داتا یانہی که به شیوازی بژارده کۆده کریته وه، بی سوود ده بیټ، نه گهر بیتو ریکنه خریټ و نه کریته خشته، بویه پرۆسه ی داتا کان به ههنگاوی بنه رته ی بۆ پرۆسه ی شیکردنه وه ی داتا کان داده نریټ، دوا ی ئه وه به دهسته ی نانی ده رنه نجام له میانه ی پۆلین کردنی داتا کان و خسته نه پرووی، به شیوه یه ک بیټه هۆی پیدانی شیوه یه کی روون و ئاشکرا بۆ تیگه یشتنی خه سلته و پیکهاته کانه وه، که ریگا خوشکهره بۆ به دهسته ی نانی ده رنه نجامی قولتر و کرپیگاری له قوناغه کانی شیکردنه وه ی ناینده ده بیټ، له سه ره ئه و بنه مایه له م به شه دا جه خت له سه ره شیوازی پۆلین کردنی داتا کان له خسته کان داده کینه وه به تایبه تی خسته کانی دابه شکردنی دووباره یی، ههروه ها خسته نه پرووی داتا کان به شیوه ی نه ندازه یی.

2.2: خسته نه پرووی خسته ی داتا کان: - (Frequency distribution)

له میانه ی ئه م برگه یه دا داتا خاوه کان یان سه ره تاییه کان که کۆده کریته وه، به به کاره ی نانی بژارده، که پی ی ده گوتریټ داتای ناپیکخوا، که ئه مه ش ده گۆپر دریټ بۆ داتای ریکخوا، ئه ویش به پشت به ستن به خسته ی تاییه ت، که ناسراوه به دابه ش کردنی دووباره یی، که له میانه ی دا داتای پۆلینکراو ده خریته پروو.

1-2-2: دابه ش کردنی دووباره یی: - (frequency distribution)

دابه ش کردنی دووباره یی بریتییه له پوخت کردن و ریگخستنی داتا کان، که کۆکراوه ته وه و پۆلین کراوه، و بۆ ژماره یه ک کۆمه له ش دابه ش کراوه، که پی ده وتریټ توپز (class)، ئه و توپزانه ش ریکخوا به شیوه ی به رزبووه و نزم بوونه وه دا به پی ی سروشتی داتا کان، که به دابه شکردنی ژماره ی به های (x) ده وتریټ، ئه ویش به پی ی توپزه کان (دابه شکردنی دووباره یی)، توپزی دابه شکردنی دووباره یی له درپزی دا یه کسان و نا یه کسانیش ده بیټ. گریمان (x_1, x_2, \dots, x_n) مان هیه، نوپنه رایه تی بژارده ی په مه کی به قه باره ی (n) له بینه ره کان ده کات، که ئاره زومه ندی پوختکردنی ئه و

داتایان، له دابه شکردنی دوپاره بونه وهی ژماره ی توپزه کانی (m)ن، که نه مانه ی خواره وه مان هیه :-

مه و دای هه مووه کی :- Total Range

بریتیه له جیاوازی نیوان گه وره ترین به های (X_L) و بچووکتین به های (X_S) له کومه لیکدا، که ژماره (x₁) ی بۆ زیارده کریت، واته :-

$$T.R = x_L - x_S + 1 \quad \dots \quad (2.1)$$

ژماره ی توپزه کان :- (Number of classes) : ژماره ی توپزه کان بریتیه له ژماره یه ک کومه له که خشته ی دوپاره یی لی پیک دیت، چه ند ده قیکیش هیه، که له میانیدا ژماره ی توپزه کانی خشته دیاری ده کات، له وانه پنگای یول (Yule) که بریتیه له :-

$$m = (2.5)\sqrt[4]{n} = (2.5)n^{1/4} \quad \dots \quad (2.2)$$

نه گه ر بیتو n=50، نه وا ژماره ی توپزه کان بریتی ده بیت له :-

$$\begin{aligned} m &= (2.5)\sqrt[4]{50} = (2.5)(50)^{1/4} \\ &= (2.5)(2.659) = 6.6475 \cong 7 \end{aligned}$$

یان به کاره یئانی ده قی سترجس (sturges) که بریتیه له :-

$$m = 1 + (3.322)\log_{10}(n) \quad \dots \quad (2.3)$$

نه گه ر بیتو (n=50) نه وا ژماره ی توپزه کان به پی ی نه م ده قه به م شیوه یه ده بیت :-

$$\begin{aligned} m &= 1 + (3.322)\log_{10}(50) \\ &= 1 + (3.322)(1.69897) = 6.644 \cong 7 \end{aligned}$$

لیره دا نه نجامه کان بۆ ژماره ی ته وواو نزیک ده کریت وه، چونکه ده بی

ژماره ی توپزه کان ژماره ی ته وواو بن.

*دریژی توئز (Length of class)

برتیبه له بپی ماوهی نیوان نزمترین پادهی توئز و بهرزترین پادهی توئزدا، ماوهی توئزیش (L) هاوکۆک ده بیئت به شیوهی پێچهوانهیی له گهل ژماره ی توئزه کاندایا، هه ر کاتێک دریژی توئز زیادی کرد، ئه و ژماره ی توئزه کان که م ده کات، پێچهوانه که شی راسته که یه تی، هه روه ها له دۆخی خسته ی توئزی به کسان له دریژی دا، ده توانریت دریژی توئز (L) له میانه ی ئه م هاوکێشه یه دیار بکریت:

$$L = \frac{T.R}{m} \quad \dots (2.4)$$

نزمترین پادو بهرزترین پادهی توئز: - Lower and Upper Limit of (class)

هه موو خسته یه کی دووباره یی سه ره تاو کۆتایی هه یه، سه ره تا وانا نزمترین پاده ی توئز L، له هه مان کاتدا کۆتایی واته بهرزترین پاده ی توئز U.L. ده توانریت سنووری توئزه کان له دۆخی به کسان بوونی دریژیان به م شیوه ی خواره وه بیئت:

نزمترین پاده	بهرزترین پاده	رتبه ی توئز
$x_s + L$	x_s	1
$x_s + 2L$	$x_s + L$	2
$x_s + 3L$	$x_s + 2L$	3
\vdots	\vdots	\vdots
$x_s + mL$	$x_s + (m-1)L$	M

تییینی: - خسته ی پێشوو ئاستی داتا بهرده وامه کان دیاری ده کات، به ئام نه گه ر بیئتو داتا کان له جۆری پچراو بن، ئه و ژماره (1) له بهرزترین پاده ی توئزه که ده رده کریت.

ناوهندی توئز: - (Center of a class) به های (x) که ده که ویتته نیوان بهرزترین پاده و نزمترین پاده ی توئزه کان، ئه مه ش برتیبه له ناوهندی توئز، واته: -

$$x = \frac{L.L + U.L}{2} \quad \dots (2.5)$$

***دووباره‌ی توپژ:**-(Class frequency): بریتیه له ژماره‌ی بینه‌ران، که ده‌که‌وټه

چوار چټوه‌ی ئه‌و توپژه، به‌جۆرێک سهرجه‌میان بریتیه له قه‌باره‌ی بژارده (n)، ئه‌گه‌ر بټو دووباره‌نونه‌وه‌ی به‌م هټمايانه بټت (f_1, f_2, \dots, f_m) ئه‌وا:

$$\sum_{i=1}^m f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_m = n$$

ئه‌وه‌ی تټټټټی ده‌کرټ، ئه‌وه‌یه پټوټست ناکات نزمترین پاده‌ی توپژ یه‌که‌م یه‌کسان بټت به‌ بچووکتترین به‌های کومه‌له‌که، به‌لکو پټوټسته که‌متر بټت، هه‌روه‌ها به‌رزترین پاده‌ی دوا توپژ مه‌رج نییه یه‌کسان بټت به‌به‌رزترین به‌ها، به‌لکو په‌نگه‌ گه‌وره‌تر بټت، ئه‌مه‌ش بۆ ئاسانکردنی کرده‌ی هه‌ژمارکردنه، هه‌روه‌ها په‌نگه‌ خسته‌ی دووباره‌بۆوه داخراو بټت (خاوه‌نی نزمترین پاده‌ی توپژ یه‌که‌م و به‌رزترین دوا توپژ ده‌بټت)، یان کراوه ده‌بټت (خاوه‌نی نزمترین پاده‌ی توپژ یه‌که‌م و به‌رزترین پاده‌ی دوا توپژ نابټت)، ئه‌ویش له‌به‌ر ئه‌وه‌ی پشت به‌ سروشتی توپژینه‌وه‌که ده‌به‌ستټت، بۆ نمونه: - کرټی پۆژانه‌ی کرټکار هه‌زار دینار بۆ که‌رسته‌ی خانوبه‌ره به‌م شټوه‌ی خواره‌وه‌یه:

29	38	37	35	30	26	41	37	34
30	44	42	37	33	31	27	40	38
32	28	49	40	39	34	30	39	35
39	31	33	26	44	31	31	46	43
38	35	35	32	45	36	32	34	48

داواکاری: - ئه‌م داتایانه له خسته‌ی دووباره‌ی رټک بخه و شیکاری بکه

شیکاری: - $n=45$ و ژماره‌ی توپژه‌کان m به‌و شټوه‌یه‌یه: -

$$m = (2.5)\sqrt[4]{45} = (2.5)(45)^{1/4} \\ = (2.5)(2.59) = 6.475 \cong 6$$

له‌خسته‌ی پټشوو سهرنجی ئه‌وه ده‌ده‌ین، که بچووکتترین به‌ها ($X_s=26$) و گه‌وره‌ترین به‌ها ($X_L=49$) له‌به‌ر ئه‌وه مه‌ودای هه‌مووه‌کی بریتیه له: -

$$T.R = x_L - x_s + 1 = 49 - 26 + 1 = 24$$

له‌به‌رئه‌وه درټژی توپژ: -

$$L = \frac{T.R}{m} = \frac{24}{6} = 4$$

له سه ره و بنچینه به ده توانین ئه م خسته دروست بکهین:--

زنجیره ی توێژ	که مترین راده ی توێژ	به زترین راده ی توێژ	سنووری توێژ به شیوه ی کوتایی
1	26	29	29-26
2	30	33	33-30
3	34	37	37-34
4	38	41	41-38
5	42	45	45-42
6	46	49	49-46

دوای دیاریکردنی توێژه کان، هه لده ستین به به تالکردنی داتا کان به گوێره ی توێژه کان به م

شیوه ی خواره وه:

زنجیره ی توێژ	توێژه کان (گری)	دویناره کان (هماری گریکاران)	دویناره /
1	29-26	///	5
2	33-30	// ///	12
3	37-34	/ ///	11
4	41-38	////	9
5	45-42	///	5
6	49-46	///	3

ده توانریت نه نجامه کان پوخت بکړیت له گه ل ناوړه ده کانی توپیر، نه ویش له میانه ی نه و خشته یه ی خواره وه :-

ژنجره ی توپیر	توپر ده کان (کری)	f_i دوو بار ده کان (ژماره ی کریکان)	ناوړه ده کانی توپیر
1	29-26	5	27.5
2	33-30	12	31.5
3	37-34	11	35.5
4	41-38	9	39.5
5	45-42	5	43.5
6	49-46	3	47.5

نمونه (2-2)؛ نه و داتا یانه ی خواره وه بریتیه له بهرهمی گم له دونمیک بؤ (60) پارچه زهوی کشتوکال و داواکاری؛ بریتیه له پیکه پنانی خشته ی دوو باره برونه وه یی، سهریاری ه ژمارکردنی ناوړه ندی توپر ده کان:

69.55	48.71	35.71	34.35	17.83	26.91	72.35	36.82	38.51	41.15
41.82	44.23	49.20	33.21	32.72	27.82	28.91	73.48	39.61	39.26
70.75	70.22	38.22	32.43	33.81	30.61	29.50	36.43	64.22	51.22
70.25	43.53	62.02	31.15	34.52	78.89	52.41	37.42	38.17	59.11
42.91	50.31	41.23	32.23	35.02	42.15	54.61	72.81	50.71	58.51
68.72	39.21	40.40	61.22	41.23	51.52	51.22	56.21	57.31	39.19

شیکار؛ -n=60 و ژماره ی توپر ده کان m بریتیه له :-

$$m = (2.5)\sqrt[4]{60} = (2.5)(60)^{1/4} \\ = (2.5)(2.7832) = 6.9579 \cong 7$$

له خشته ی پیشوو سهرنجی نه وه دده یین که بچو وکتین به ها ($x_s = 17.83$)،

گوره ترین به ها ($x_L = 78.89$) بویه مه وای هه مووه کی بریتیه له :-

$$T.R = x_L - x_s + 1 = 78.89 - 17.83 + 1 = 62.06$$

له بهر نه وه دریزی توپر ده که بریتیه له :-

$$L = \frac{T.R}{m} = \frac{62.06}{7} = 8.8657$$

له سهر نه و بنچینه یه ده توانین نه و خشته یه درست بکین :-

زنجیره‌یی تویژ	نزمترین پاددی تویژ	به‌رزترین پاددی تویژ	سنووری تویژده‌کان به شیوه‌ی کوتایی	ده‌توانریت یو ناسانی به م شیوه‌یه بنووسریت
1	17.83	26.70	26.70-17.83	-17.83
2	26.70	35.56	35.56-26.70	-26.70
3	35.56	44.42	44.42-35.56	-35.56
4	44.42	53.28	53.28-44.42	-44.42
5	53.28	62.15	62.15-53.28	-53.28
6	62.15	71.02	71.02-62.15	-62.15
7	71.02	79.88	79.88-71.02	79.88-71.02

دوای دیاریکردنی تویژده‌کان مه‌لده‌ستین به به‌تالکردنی داتا‌کان به پیی تویژده‌کان:

زنجیره‌یی تویژ	تویژده‌کان (بری به‌ره‌می گه‌نم به تن)	دووباره‌بوونه‌وده‌کان (به ناماره بوژماره‌ی پارچه زه‌وییه‌کان)	f_i دووباره
1	26.70-17.83	/	1
2	35.56-26.70	//// //	14
3	44.42-35.56	/// // // //	20
4	53.28-44.42	/// //	8
5	62.15-53.28	// //	7
6	71.02-62.15	/ //	6
7	79.88-71.02	////	4

ده‌توانين دهرئه نجامه‌كان له‌گه‌ل ناوه‌ندي تويزه‌كان له‌ميانه‌ي ئه‌و خشته‌يه پوخت

بكریت:-

ناوه‌ندي تويزه‌كان	دوو باره (ژماره‌ي پارچه زه‌وي)	تويزه‌كان (بړي به‌رهمي گه‌نم به‌ته‌ن)	زنځيره‌ي تويزه
22.27	1	26.70-17.83	1
31.13	14	35.56-26.70	2
39.00	20	44.42-35.56	3
48.86	8	53.28-44.42	4
57.73	7	62.15-53.28	5
66.59	6	71.02-62.15	6
75.46	4	79.88-71.02	7

له‌ميانه‌ي ئه‌و خشته‌يه‌ي سهره‌وه‌دا سهرنجي ئه‌وه ده‌ده‌ين، كه پارچه زه‌ويه‌ك بړي به‌رهمي گه‌نمي له‌نيوان 17.83 ته‌ن و كه‌متر له 26.70 ته‌ن دايه، هه‌روه‌ا 14 پارچه زه‌ويش بړي به‌رهمي گه‌نميان له‌نيوان 26.70 ته‌ن و كه‌متر له 35.56 ته‌نه...هتد، بيجگه له‌مانه سهرنجي ئه‌وه ده‌درت، كه ناوه‌نده‌كاني تويزي پارچه زه‌ويه‌ك نيوه‌نجي به‌رهمي (22.27) ته‌ن و (14) پارچه‌ش نيوه‌نجي به‌رهميان (31.13) ته‌نه، به‌و شيوه‌يه سه‌باره‌ت به‌ تويزه‌كاني تره‌وه، هه‌روه‌ا له هه‌ردوو نمونه‌ي پيشوو سهرنجي ئه‌وه ده‌ده‌ين، كه سهرجه‌مي دوو باره بوونه‌وه‌كان يه‌كسانه به‌ ژماره‌ي بينه‌ره‌كاني بنه‌ره‌تي (n)، شيوازي پي‌كخستن، كه‌پشتي پي به‌ستراوه له‌دوو نمونه‌ي پيشوو، گريمانی دؤخی يه‌كساني دريژي تويزه‌كان ده‌كرت، به‌لام دؤخی ديكه‌ش هه‌يه، كه په‌نگه دريژي تويزه‌كان نا يه‌كسان بن، ئه‌ويش به‌پي ي سروشتي ليكولینه‌وه و پيداويستيه‌كانيه‌وه، بؤيه ئه‌و شيوازه بيسووده له‌م دؤخه‌دا، له‌به‌ر ئه‌وه پتويستی به‌ ژماره‌ي تويزو سنوورداری هه‌يه، كه ئامانجي تويزینه‌وه ده‌هينته‌دي، له‌گه‌ل په‌چاو كردنی جوړی گزپاوی پچپچپان به‌رده‌وام.

2.2.2: -دابه شکردنی دووباره یی ریژهی (proportionate

(frequency distribution) دووباره بوونه وه پیژیه یه کان بریتیه له دووباره بوونه وه f_i ، که به پیژهی سهدی گوزارشتی لی ده کړیت، نه مه ش ده توانریت به ده ست بهیتریت له پښای دابه شکردنی دووباره بوونه وه هر توپژیک له سهرجه می دووباره یی هه مووه کی دا (n). واته: -

$$f_i^* = \frac{f_i}{n} \cdot 100 \quad \dots \quad (2.6)$$

نموونه: (3.2): - دابه شکردنی دووباره یی ریژهی بو نمونه ی پیشوو بدوزه ره وه (2.2):

شیکار: - ده توانریت دابه شکردنی دووباره یی ریژهی به ده ست بهیتریت له پښای دابه شکردنی دووباره یی هر توپژیک له سهر سهرجه می دووباره یی هه مووه کی (60) واته: -

$$f_i^* = \frac{f_i}{n} \cdot 100$$

$$f_1^* = \frac{f_1}{n} \cdot 100 = \frac{1}{60} \cdot 100 = 1.667$$

$$f_2^* = \frac{f_2}{n} \cdot 100 = \frac{14}{60} \cdot 100 = 23.333$$

$$f_7^* = \frac{f_7}{n} \cdot 100 = \frac{4}{60} \cdot 100 = 6.667$$

ده توانریت له میانه ی نه م خسته یه پوخت بکړته وه: -

f_i^* دووباره یی ریژهی (ژماره ی پارچه زمویه کان)	f_i دووباره (ژماره ی پارچه زمویه کان)	توپژیکان (بری بهرهمی گڼم به تن)
1.667	1	26.70-17.83
23.333	14	35.56-26.70
33.333	20	44.42-35.56
13.334	8	53.28-44.42
11.667	7	62.15-53.28
10	6	71.02-62.15
6.667	4	79.88-71.02
100	60	سهرجه م

نەمەش مانەى ئەۋەتە، كە 1.667% ى پارچە زەۋىيەكان بەرھەمىيان لە نىۋان 17.83 تەن بۆ كەمتر لە 23.333% پارچە زەۋىيەكان بەرھەمىيان لە نىۋان 26.70 تەن بۆ كەمتر لە 35.56 تەن، بەم شىۋەيە سەبارەت بەۋانى تر... بۆ زاننىش سەرھەمى دووبارەى پىژەى پىۋىستە بە (100) يەكسان بىت .

3.2.2 :- دابەشكردنى دووبارەى كۆكراۋەى Cumulative Frequency (Distribution):

برىتتىيە لە دابەش بوۋەى، كە بىرى دووبارەى كۆكراۋەى لە بەھايەكى دىارىكراۋە بەھاكانى بىنەران دەكات، ئەمەش برىتتىيە لە دوو جۆر:

يەكەم:- دابەشكردنى دووبارەى كۆكراۋەى بەرزبۆۋە:- ئەمەش كەلەكە بوۋى دووبارەى پۈۋە دەكاتەۋە ھەر لە تۈۋىزى يەكەمى خىشتەكە تا دوا تۈۋىزەكەى، ئەمەش دووبارەى كۆكراۋە لە سەر بنچىنەى سنوۋى بەرزى تۈۋىزەكان دىارى دەكات.ۋاتە:

$$F_1 = f_1$$

$$F_2 = f_1 + f_2$$

⋮

$$F_m = f_1 + f_2 + \dots + f_m \quad \dots \quad (2.7)$$

دەتوانرئىت دابەش كردنى دووبارەى كۆكراۋەى بەرزبۆۋە f بگۆردرئىت بۆ دابەش كردنى دووبارەى بەرزبۆۋەى پىژەى f ئەۋەش بەپىى ئەم دەقەى خوارەۋە:-

$$F_i^* = \frac{F_i}{n} \cdot 100 \quad \dots \quad (2.8)$$

نمونه 4.2: به پشت به ستن به نمونه 1.2 دابهش کردنی دوو بارهیی کۆکراوهیی

به رزبۆوهی رێژهیی بدۆزهوه:

ژنجیرهیی توێژ	توێژهکان (کری)	دوو باره f_i (ژمارهیی کریکار)
1	29-26	5
2	33-30	12
3	37-34	11
4	41-38	9
5	45-42	5
6	49-46	3

شیکار: - له میانهیی نمونهیی 1.2 ئەم خشتهی خوارهوه مان هیه دابهش کردنی

دوو بارهیی کۆکراوهیی به رزبۆوه هیه، ئەویش بهم شیوهیهی: -

$$F_1 = f_1 = 5$$

$$F_2 = f_1 + f_2 = 5 + 12 = 17$$

⋮

$$F_m = f_1 + f_2 + \dots + f_m = 5 + 12 + \dots + 3 = 45$$

به دابهشکردنی دوو بارهیی کۆکراوهیی به رزبۆوهی رێژهیی بهم شیوهیه دهیئت: -

$$F_i^* = \frac{F_i}{n} \cdot 100$$

$$F_1^* = \frac{F_1}{n} \cdot 100 = \frac{5}{45} \cdot 100 = 11.111$$

$$F_2^* = \frac{F_2}{n} \cdot 100 = \frac{17}{45} \cdot 100 = 37.778$$

⋮

$$F_6^* = \frac{F_6}{n} \cdot 100 = \frac{45}{45} \cdot 100 = 100$$

زنجیره تویژ	تویژەکانی (کری)	دووبارهیی (ژمارە) کریکار	دووبارهیی کۆکراوەی بەرزبۆوە	دووبارهیی کۆکراوەی بەرزبۆوەی پێژەیی
1	29-26	5	5	11.111
2	33-30	12	17	37.778
3	37-34	11	28	62.222
4	41-38	9	37	82.222
5	45-42	5	42	93.333
6	49-46	3	45	100

ئەمەش مانەى ئەوەیە، کە ژمارەى ئەو کریکارانەى کرییان لە (37) هەزار کەمترە بریتییە لە (28) کریکار، و ئەو کریکارانەى کرییان لە (45) هەزار دینار کەمترە ژمارەییان (42) کریکارە، هەروەها پێژەى ئەو کریکارانەى کرییان لە (37) هەزار دینار کەمترە بریتییە لە (62.222٪)، ژمارەى ئەو کریکارانەى کرییان لە (45) هەزار دینار کەمترە بریتییە لە (93.333٪).

تییینی: - ئەگەر بێتو داتاكان لە جۆرى پچرپچر بێت (هەروەكو نمونەى سەرەو)، ئەوا دووبارهیی کۆکراوەى بەرزبۆوە و پێژەى یەكسانە یان کەمترە لە بەرزترین پادەى تویژەكە، لە هەمان کاتدا ئەگەر بێتو داتاكان لە جۆرى بەردەوام بن، دووبارهیی کۆکراوەى بەرزبۆوە و پێژەى کەمترە لە بەرزترین پادەى تویژەكە.

دووم: - دابەشکردنى دووبارهیی کۆکراوەى نزم بۆو: ئەمەش کە میونەوێ دووبارهیی پوون دەکاتەو، کە لە تویژى یەكەمى خستەكە دەست پى دەکات و بە دوا تویژى کۆتایى پى دیت، هەژمارکردنى دووبارهیی کۆکراوەى لە سەر بنچینەى سنوورى نزمى تویژەكان دەبێت. واتە: -

$$F'_1 = n$$

$$F'_2 = n - f_1$$

⋮

$$F'_m = n - f_1 - f_2 - \dots - f_{m-1} = f_m \quad \dots \quad (2.9)$$

دەتوانرێت دابەشکردنى کۆکراوەى نزم بۆوێ f بگۆردرێت بۆ دابەشکردنى کۆکراوەى نزم بۆوێ رێژەى f ئەویش لە میانەى ئەم دەقەى خوارەو: -

$$F_i'^* = \frac{F_i'}{n} \cdot 100 \quad \dots \quad (2.10)$$

نمونه (5.2): به پشت به ستن به نمونه (1.2) دابه شکردنی دووباره یی کۆکراوه ی نزم بۆوه و پێژه یی بدۆزه ره وه؟

ناوه ندی توێژه کان	دووباره f_i (ژماره ی کرێکار)	توێژه کان (اگرێ)	زنجیره ی توێژ
27.5	5	29-26	1
31.5	12	33-30	2
35.5	11	37-34	3
39.5	9	41-38	4
43.5	5	45-42	5
47.5	3	49-46	6

شیکار: دابه شکردنی دووباره یی کۆکراوه ی نزم بۆوه، ده توانریت به ده ست به یئتریت له میانه ی ئەمانه ی خواره وه:

$$F_1' = n = 45$$

$$F_2' = n - f_1 = 45 - 5 = 40$$

⋮

$$F_m' = n - f_1 - f_2 - \dots - f_{m-1} = 45 - 5 - 12 - \dots - 5 = 3 = f_m$$

دابه شکردنی دووباره یی کۆکراوه ی نزم بۆوه ی پێژه یی، ده توانریت به ده ست به یئتریت له میانه ی ئەمانه ی خواره وه:

$$F_i'^* = \frac{F_i'}{n} \cdot 100$$

$$F_1'^* = \frac{F_1'}{n} \cdot 100 = \frac{45}{45} \cdot 100 = 100$$

$$F_2'^* = \frac{F_2'}{n} \cdot 100 = \frac{40}{45} \cdot 100 = 88.889$$

⋮

$$F_6'^* = \frac{F_6'}{n} \cdot 100 = \frac{3}{45} \cdot 100 = 6.667$$

دەتوانریت له میانەى ئەم خستەیه پوخت بکړیتە وە:-

زنجیره ی تووژ	تووژەکان (کری)	دوو یاره f_i (ژماره ی کریکاران)	دوو یاره ی کۆکراوه یی F_i' نزمبووه	دوو یاره ی کۆکراوه یی نزمبووه ی $F_i' \%$ پژده یی
1	29-26	5	45	100
2	33-30	12	40	88.889
3	37-34	11	28	62.222
4	41-38	9	17	37.778
5	45-42	5	8	17.778
6	49-46	3	3	6.667

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە ژماره ی ئەو کریکارانه ی کری هەفتانه یان (34) هەزار دینار بە سەرەوه یه بریتیه له (28) کریکار، هەروەها ژماره ی ئەو کریکارانه ی کری هەفتانه یان (42) هەزار دینار بە سەرەوه یه بریتیه له (8) کریکار، پژده ی ئەو کریکارانه ی (34) هەزار دینار بە سەرەوه یان هەیه بریتیه له (62،222٪) و پژده ی ئەو کریکارانه ی کری بیان له (42) هەزار دینار بە سەرەوه یه بریتیه له (17.778٪)، هەروەها دەتوانریت دابه شکردنی دوو یاره یی کۆکراوه یی بەرزبووه و نزم بووه له دۆخی گۆپاوه جۆره کان دروست بکړیت، ئەویش له میانە ی کۆکردنه وه یان کە مکړدنه وه ی دوو یاره بوونه وه کان به پێ ی ئاسته کان ی ئەو گۆپاوه، هەر وه کو له میانە ی ئەم نمونه ییه روون کراوه ته وه:

نموونه (6.2): ئەمەش بژاردەیه کی پەمەکیه و له (50) کەس به پێ ی ئاستی زانستی پێک هاتوه: داواکاری خستە ی دابه شکردنی دوو یاره یی بەرزبووه و نزم بووه دروست بکه؟

ژماره ی کەسه کان	ئاستی زانستی
7	دهخوێتیت و دهنووسیت
11	سەرەتایی
15	ناوه تدی
9	ئاماده یی
8	کۆلیژ

شیکار: کۆکردنه‌وه‌ی دووباره‌یی له‌ئاستی یه‌که‌م به‌خوێندنه‌وه‌و نووسین ده‌ست

پێده‌کات:-

ئاستی زانستی	ژماره‌ی که‌سه‌کان f_i	شیوازی کۆکردنه‌وه	F	شیوازی که‌مکردنه‌وه	F'
ده‌خوینیت و ده‌نووسیت	7	ده‌خوینیت و ده‌نووسیت	7	هه‌موو ئاسته‌کان	50
سه‌ره‌تایی	11	ده‌خوینیت و ده‌نووسیت سه‌ره‌تایی	18	کۆلیژ و ئاماده‌یی و ناوه‌ندی و سه‌ره‌تایی	43
ناوه‌ندی	15	ده‌خوینیت و ده‌نووسیت و سه‌ره‌تایی و ناوه‌ندی	33	کۆلیژ و ئاماده‌یی و ناوه‌ندی	32
ئاماده‌یی	9	ده‌خوینیت و ده‌نووسیت و سه‌ره‌تایی و ناوه‌ندی و ئاماده‌یی	42	کۆلیژ و ئاماده‌یی	17
کۆلیژ	8	هه‌موو ئاسته‌کان	50	کۆلیژ	8

3-2: خستنه‌رووی هیلکاری داتا‌کان:

ئامرازه‌کانی خستنه‌رووی هیلکاری (شیوه‌و وینه‌ی هیلکاری) ئه‌مه‌ش ده‌که‌وێته‌ نێو
ئامرازه‌کانی ئاماریی باسه‌نی، ئه‌مه‌ش بۆ پێکخستن و پوخته‌کردن و خستنه‌رووی
داتا‌کانه‌وه‌یه، ئه‌مه‌ش به‌دی‌لی خستنه‌ی دووباره‌یی ده‌که‌یه‌نیت، یان ته‌واوکاری، ئه‌م
ئامرازانه‌ش به‌ئاسان و کاریگه‌ر له‌خستنه‌رووی داتا‌کان داده‌نریت، و پێدانی وینه‌یه‌کی
پوون و ئاشکرا (بیرۆکه‌یه‌کی خێرا) له‌و ئامرازانه‌ی که‌به‌کاره‌ینراوه:

یه‌که‌م: له‌دۆخی بوونی داتا‌کانی ریزکراودا:

1- پلیکانی دووباره‌یی: (Histogram)

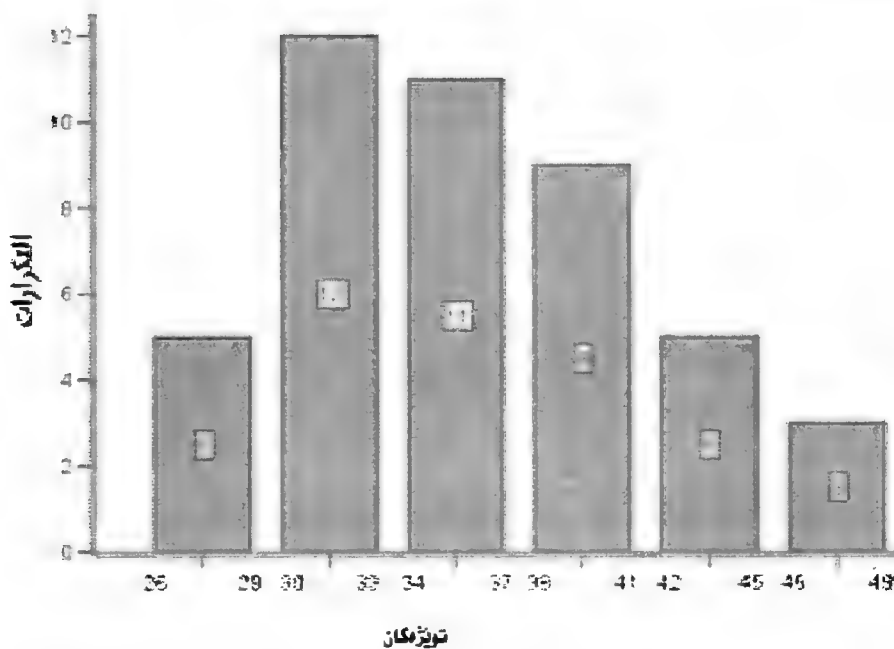
بریتییه‌ له‌نۆینه‌ریونی داتا‌کان به‌به‌کاره‌ینانی کۆمه‌لێک لاکێشه‌ی پێکه‌وه‌ لکاوه‌ له‌دۆخی
داتا به‌رده‌وامه‌کاندا و لاکێشه‌ی پێکه‌وه‌ نه‌لکاوه‌ له‌دۆخی داتا پچرپچه‌ره‌کان دایه، به‌جۆرێک
ریسای هه‌ریه‌که‌ یان یه‌کسان ده‌بێت به‌درێژتی توێژه‌کان و به‌ریزی یه‌کسان ده‌بێت
به‌دووباره‌یه‌کانی (یان دووباره‌یی رێژه‌یی) ئه‌مه‌ش ئاسانه‌ترین پێگایه‌ بۆ نۆینه‌رایه‌تی
کردنی دابه‌شکردنی دووباره‌یی و پووبه‌ره‌که‌ی به‌شیوه‌یه‌ک هاوکۆک بێت، له‌گه‌ڵ

دووباره يى ھەموەكى بۇ دابەشكردن، بەجۆرېك سەرجه مى رووبەرى لاکيشەكان يەكسان بېت، بەسەرجه مى ھەموەكى دووباره يىيەكان.

نمونه: (2-7) بەكارھيتانى پليكانى دووباره يى بۇ نوينەرايەتى كرنى داتا پيزكراوہكان لە نمونه ي (2-1):

زنجيرەى تويز	تويزمکان (كرى)	دووباره f_i (ژمارەى كرىكاران)
1	29-26	5
2	33-30	12
3	37-34	11
4	41-38	9
5	45-42	5
6	49-46	3

شيكار: بەھوى ئەوہى داتاكان لە جۆرى پچر پچن، بۆيە پليكانە دووباره يى لە لاکيشەى نەلکيتراو پېك دېت ھەروەكو لەم شتوہ ھيلكارىيەى خوارەوہ پوون كراوہتەوہ :

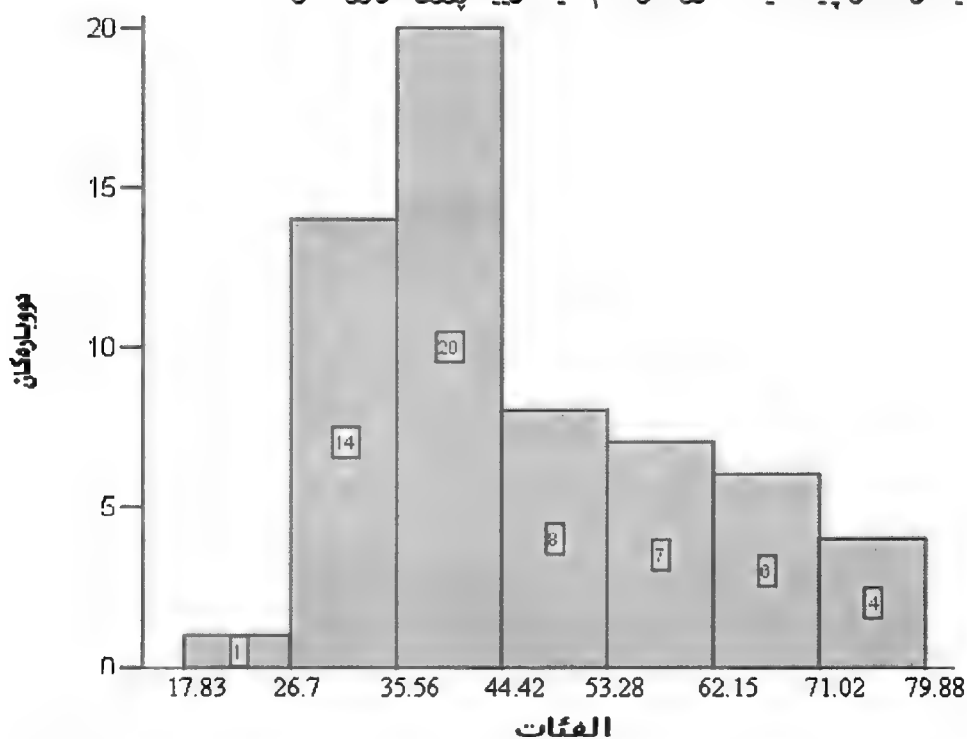


شيوہى (1.2) پليكانى دووباره يى بۇ 45 كرىكار بە پيى كرىى بۆژانە

نمونه: (2_8): بەكارھيتانى پليكانى دووباره يى كە نوينەرايەتى داتاكانى پيزكراو لە نمونه ي (2_2) دەكات :

ناوئىدى تويۇرەكان	دووبارە f_i (ژمارى پارچە زەويەكان)	تويۇرەكان (بىر بەرھەمى گەنەم بە تەن)	زنجىرە تويۇرە
22.27	1	26.70-17.83	1
31.13	14	35.56-26.70	2
39.00	20	44.42-35.56	3
48.86	8	53.28-44.42	4
57.73	7	62.15-53.28	5
66.59	6	71.02-62.15	6
75.46	4	79.88-71.02	7

شېكار: بەمۇى ئەوئى داتاكەن لە جۇرى بەردەوامن، بۇيە پلىكانى دووبارەئى لەلاكىشەئى
پىكەوئىلكاوپىك دىت ھەروەكو لەم ھىلكارىيە پوون كراوئەتەوئە :



شېوئە (2.2) پلىكانى دووبارەئى بۇ 60 پارچە زەوى بە پىئى بەرھەمى گەنەم

تېيىنى: ھەندىك جار ھەيە تويۇرەكانى دابەشكردن لە درىژى نايەكسانن، بۇيە پىئويستى
بەئەنجامدانى دەستكارى دووبارەبوونەكان ھەيە، ئەويش لەميانەئى دابەشكردى
دووبارەئى بنەرەتى لەسەر درىژى تويۇرەدەئىت، تا تىكرائى دووبارەئى بەدەست بەئىتىن .

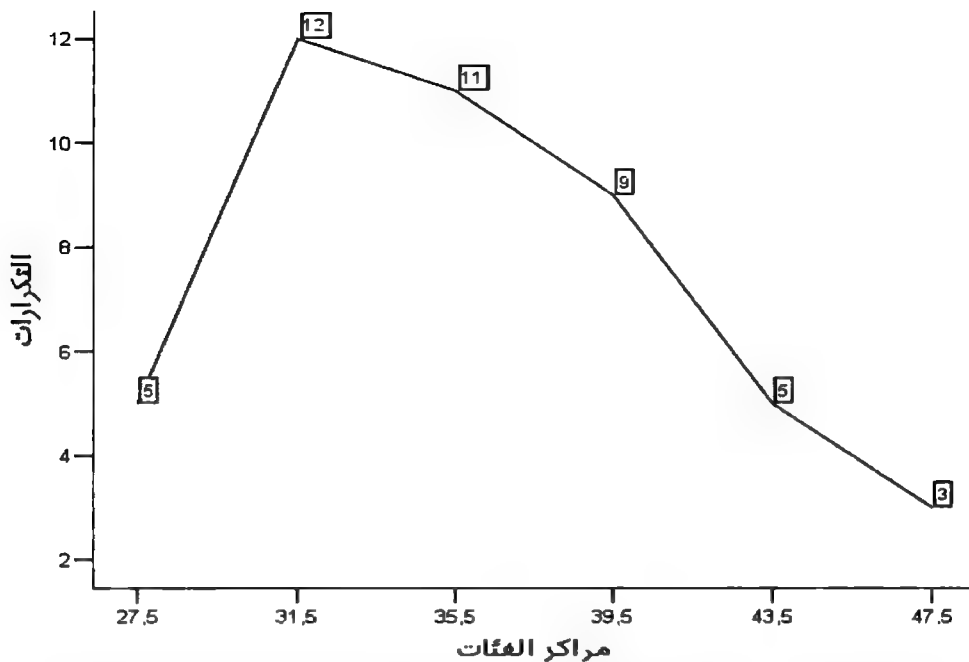
(2) زنجىرە ھىللە راستى دووبارەئى (Frequency Polygon)

بریتیه له شیوهی هیلکاری به به کارهێنانی زنجیره هیله راستی دووبارهیی، که خالی توێژهکان به یهك دهگهینیت له بهرامبهردووباره بونهوهکان پێژهیی، ئه ویش له میانهی ناوهندی توێژهکان، که نوینه رایهتی تهوه ره ی ئاسۆیی و دیاریکردنی خالهکان دهکات، که له بهرامبه ره که ی ناوهندی ههر توێژیک له تهوه ره ی ستوونی، ئینجا دوا ی ئه وه هیله راستهکان له نیوان خالهکان به یهك دهگه یه نیت، ده توانیت هیلکاری زنجیره هیل راستی دووبارهیی له میانهی پلیکانی دووبارهیی بکیشیت، ئه ویش له پێگای پۆلین کردنی رێسا به رزهکانی لاکیشهکانی پلیکانی دووبارهیی تهجام بدریت، دوا ی ئه وه ی خالهکان به هیل راست به یهك دهگه ی نیت، به مهش زنجیره هیل راستی دووبارهیی دیته دهست، ههروهکو له م نمونه یه روون کراوه ته وه.

نموونه (9.2): به پشت بهستن به نمونه ی (1.2) هیلکاری زنجیره هیل راستی

دووباره یی بکیشه:

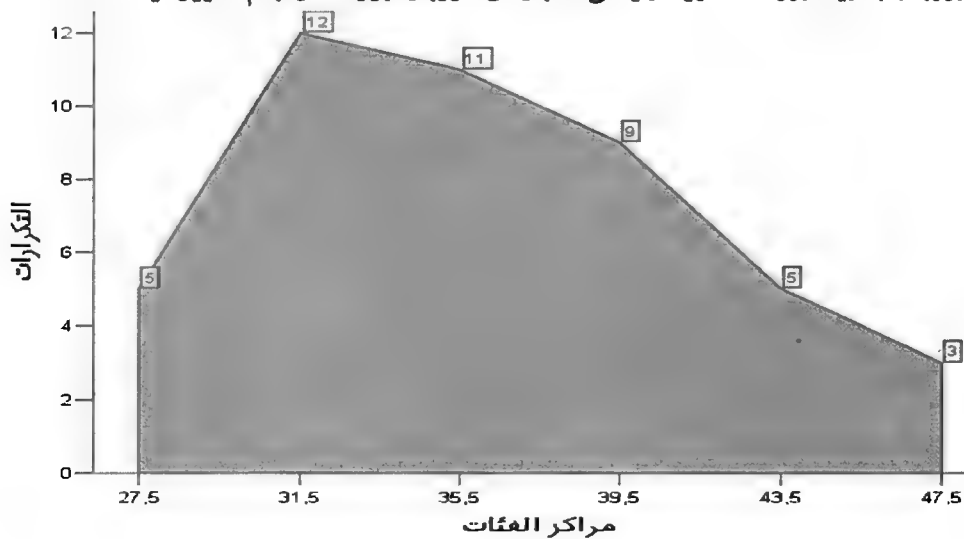
زنجیره ی توێژ	توێژهکان (کری)	دووبارهکان f_i (ژماره ی کریکاران)	سهنته ی توێژهکان
1	29-26	5	27.5
2	33-30	12	31.5
3	37-34	11	35.5
4	41-38	9	39.5
5	45-42	5	43.5
6	49-46	3	47.5



شیوہی (3.2) زنجیرہ راستہ ہیڈی دووبارہیی بو 45 کریکار بہ پی پی کری

روژانہ

ہر وہا دہ توانریت زنجیرہ ہیڈی راستی دووبارہیی لہ نمونہیی پیشو لہ سہر شیوہی رووبہر بخریتہ روو، کہ نوینہ رایہ تی قہ بارہی دووبارہ بوونہ کان بہ م شیوہیہ دہ کات :



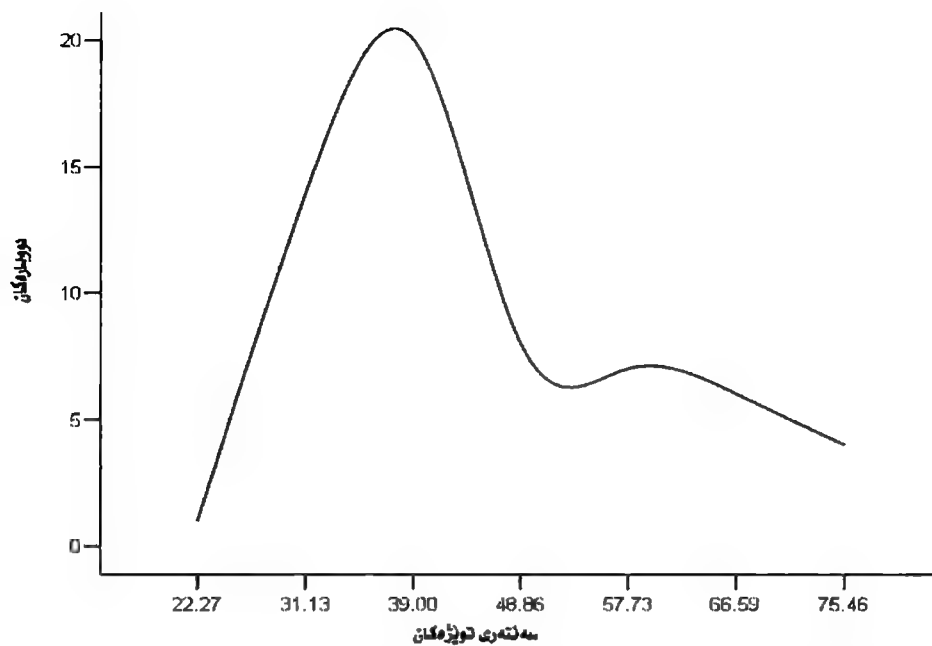
شیوہی (4.2) زنجیرہ راستہ ہیلی دووبارہیی (لہ سہر شیوہی پوویہر) بؤ 45
 کریکار بہ پیی کریی پؤژانہ
 3-چہ ماوہی دووبارہیی :

ئەمەش پێگایەکی ماوشیوہی هیلکاری زنجیرە هیللی راستی دووبارەییە، بەلام لیڕەدا
 لەجیاتنی ئەوہی خالەکان بەهیللی راست بگەییەنین، دەبی چەماوہی بەردەوام بەهەموو
 خالەکان تێپەربیت، ئەمەش لەداتا بەردەوامەکان بەکار دەھێنریت، لیڕەدا چەماوہی
 دووبارەیی لەمیانەیی ئەم خستەییە پوون بکەینەوہ :

نموونه : (10.2) بە پشت بەستن بە نموونە (2.2) چەماوہی دووبارەیی بکێشە :

سەنتەرەکانی توێژ	دووبارەکان f_i (ژمارەیی پارچە ژەوی)	توێژەکان (بری بەرھەمی گەنم بە تەن)	زنجیرەیی توێژ
22.27	1	26.70-17.83	1
31.13	14	35.56-26.70	2
39.00	20	44.42-35.56	3
48.86	8	53.28-44.42	4
57.73	7	62.15-53.28	5
66.59	6	71.02-62.15	6
75.46	4	79.88-71.02	7

شیکار: دەتوانریت چەماوہی دووبارەیی بؤ داتا بەردەوامەکان بەم شیوہیە بکێشیت :



شیۆە (5.2) چە ماوەی دووبارەیی بو 60 پارچە زەوی بە پیی بەرھەمی گەنم

4- چه ماوهی دووبارهیی کۆکراوه:

بەمەبەستی کێشانی چه ماوهی دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوه، ئەوا پێویستە یەكەمجار خشتەیی دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوه دروست بکەین، ئینجا خالەکان لەسەر تەوهرەیی ئاسۆیی بەسنووری توێژی بەرز دیار بکەین، بەلام خالەکانی سەر تەوهرەیی ستونی بە دووبارهیی کۆکراوهی بەرز بۆوه (یان دووبارهیی بەرزبۆوهی پێژەیی) دیاردەکریت .

نموونه (11.2) : بەپشت بەستن بە نموونهی (1.2) چه ماوهی دووبارهیی کۆکراوهی

بەرزبۆوه یان پێژەیی دروست بکە:

دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوهی پێژەیی $F_i^* \%$	دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوه F_i	دووبارهکان f_i (ژمارەیی کریکاران)	توێژەکان (کری)	زنجیرەیی توێژ
11.111	5	5	29-26	1
37.778	17	12	33-30	2
62.222	28	11	37-34	3
82.222	37	9	41-38	4
93.333	42	5	45-42	5
100	45	3	49-46	6

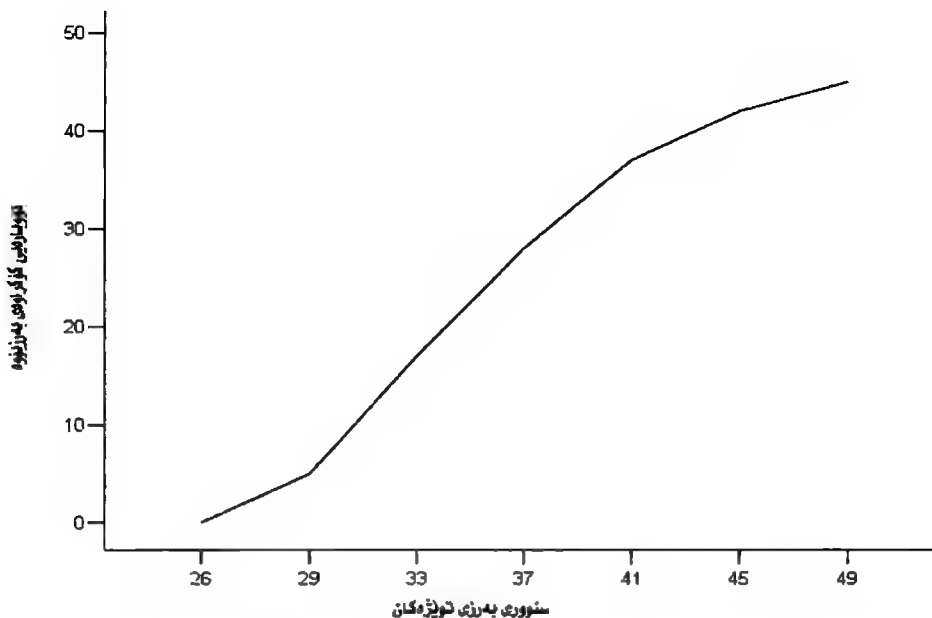
شیکار : سنووری بەرزەیی توێژەکانمان هەیە، کە بریتییه لە تەوهرەیی ئاسۆیی و لە

بەرامبەر دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوه، کە نوێنەرایەتی تەوهرەیی ستونی دەکات، واتا:

F_i دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوهی	سنووری بەرزەیی توێژەکان	زنجیرەیی توێژ
5	29	1
17	33	2
28	37	3
37	41	4
42	45	5
45	49	6

واباشە چه ماوه دابخریت، سەرباری نزمترین رادەیی توێژی یەكەم لە بەرامبەر سفر ئەم

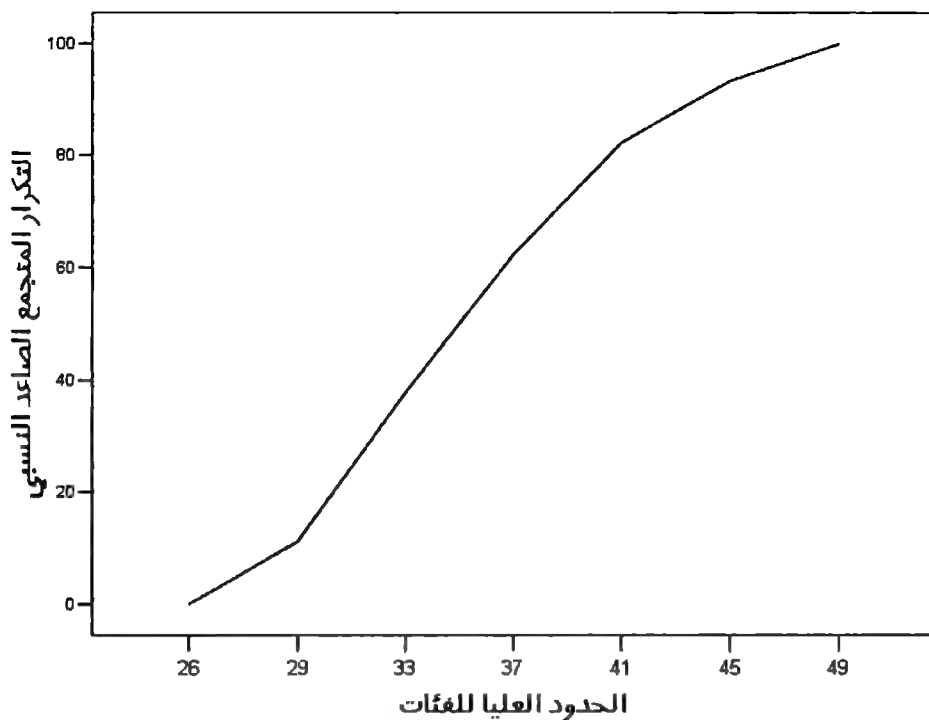
شێوهی خوارهوه چه ماوهی دووبارهیی کۆکراوهی بەرزبۆوه نیشان دەدات:



شیۆه‌ی (6.2) چه‌ماوه‌ی دووباره‌یی كۆكراره‌یی به‌رزبۆوه‌ بو 45 كریكار به‌ پێی كریی
پۆژانه

به‌هه‌مان پێگای سه‌ره‌وه‌ ده‌توانین چه‌ماوه‌ی دووباره‌یی كۆكراره‌یی به‌رزبۆوه‌ی پێژەیی
دروست بكه‌ین، هه‌روه‌كو له‌م شیۆه‌یه‌ پوون ده‌بێته‌وه :

دووباره‌یی كۆكراره‌یی به‌رزبۆوه‌ی پێژەیی $F_i^* \%$	سنووری به‌رز توێژه‌كان	زنجیره‌ی توێژ
11.111	29	1
37.778	33	2
62.222	37	3
82.222	41	4
93.333	45	5
100	49	6



شیوہی (7.2) چہ ماوہی دووبارہیی کۆکراوہی بہرزبۆوہی پێژہیی بۆ 45 کریکار بہ پینی کریی پۆژانہ

بۆ مەبەستی نوێنەرایەتی کردنی چە ماوہی دووبارہیی کۆکراوہی نزم بۆوہ پێژہیی، سنووری نزمترین توێژەکان دیاردەکریت، دواى ئەوہ خالەکان دیاردەکریت کە بریتیە لە (سنووری نزمی توێژەکان، دووبارہیی کۆکراوہی نزم بۆوہ)، وا باشیشە ئەو چە ماوہییە داخزیت، سەرباری بەرزترین رادەى دوا توێژ لە بەرامبەر سفر، ئەم نمونە یەش ئەمە پوون دەکاتەوہ:

نمونه (12.2): به پشت به ستن به نمونهی (1.2) چه ماوهی دوبارهیی نرم بۆوه

پۆژهیی بکیشه واته بۆ خشتهی دوبارهیی خوارهوه:

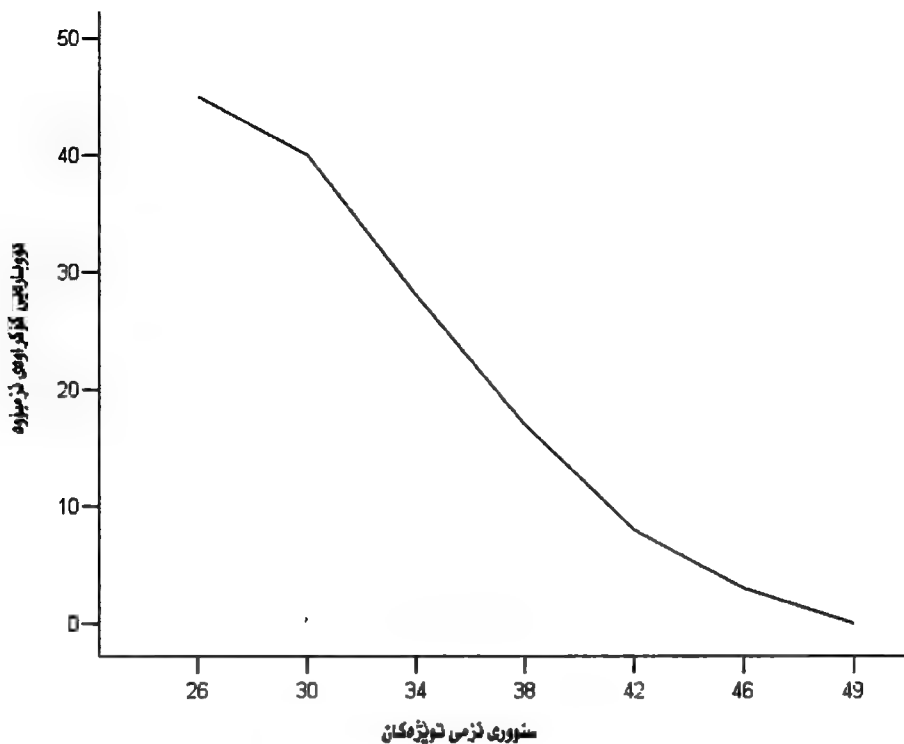
دوبارهیی کۆکراوهی نزمبۆوهی پۆژهیی $F_i'^* \%$	دوبارهیی کۆکراوهی نزمبۆوهی F_i'	دوباره f_i (ژمارهی کریکاران)	تویژهکان (کری)	زنجیرهیی تویژ
100	45	5	29-26	1
88.889	40	12	33-30	2
62.222	28	11	37-34	3
37.778	17	9	41-38	4
17.778	8	5	45-42	5
6.667	3	3	49-46	6

شیکار: به که مجار سنووری نرمی تویژهکان دیاریکه، له گه ل به رزترین پادهی تویژی

کۆتایی به رامبه ر دوبارهیی کۆکراوهی نرم بۆوه واته :

دوبارهیی کۆکراوهی نزمبۆوه F_i'	تویژهکان (کری)	زنجیرهیی تویژ
45	26	1
40	30	2
28	34	3
17	38	4
8	42	5
3	49-46	6

نهم شیۆهیی خوارهوه چه ماوهی دوبارهیی کۆکراوهی نرم بۆوه پوون ده کاته وه :

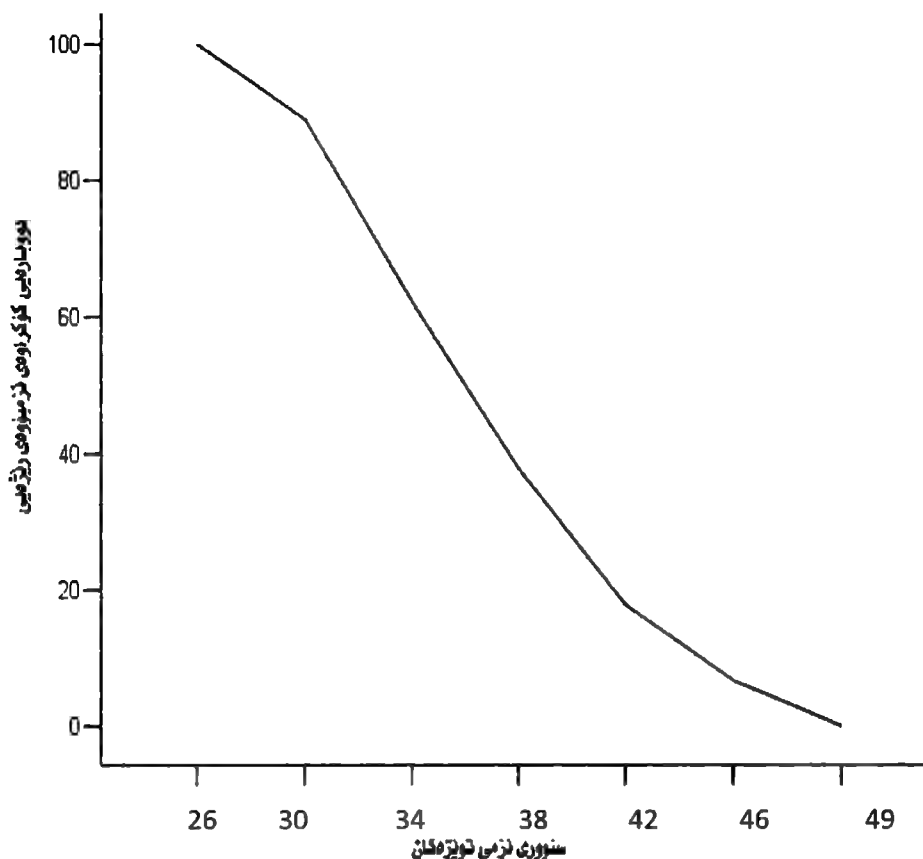


شىۋەى (8.2) چەماۋى دووبارەى كۆكراۋى نىمبۇۋە بۇ 45 كرىكار بە پىى كرىى
پۇژانە

بۇ كىشانى چەماۋى دووبارەى كۆكراۋى نىم بۇۋى پىژەى، پىۋىستە سىۋى
نىمى تۈيۈكەن دىارىكىت، لەگەل دووبارەى كۆكراۋى نىم بۇۋى پىژەى، واتە :

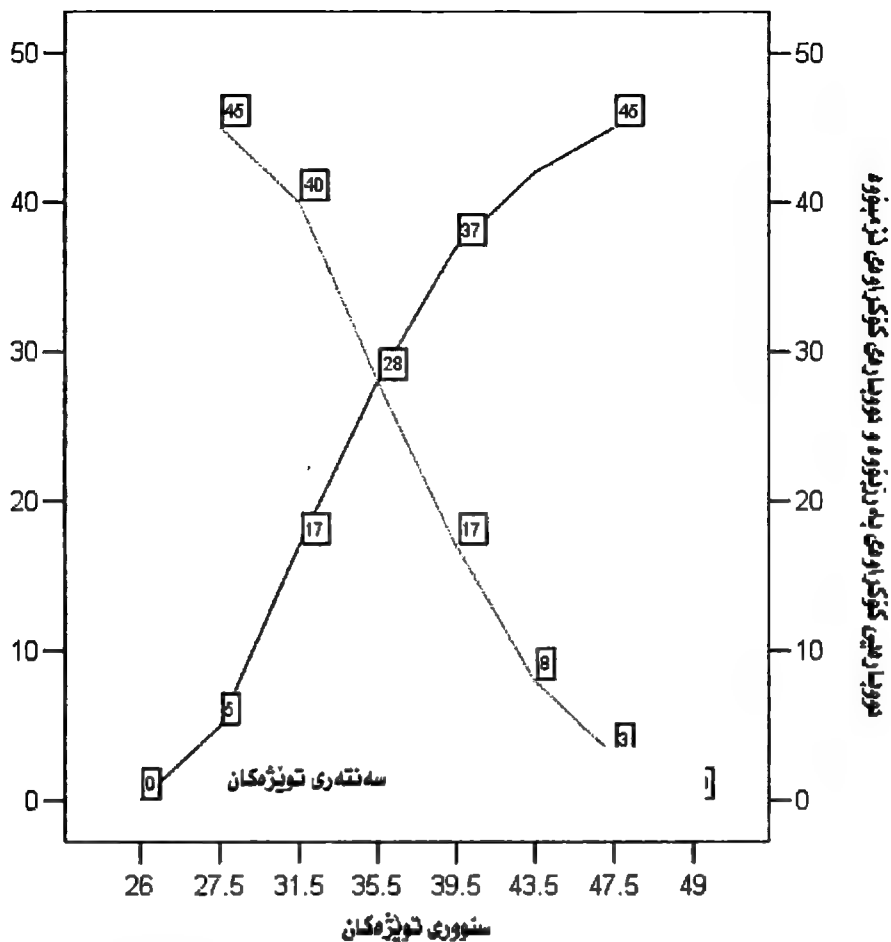
$F_i^* \%$ دووبارەى كۆكراۋى نىمبۇۋە پىژەى	تۈيۈكەن (كرى)	زىچىرى تۈيۈ
100	26	1
88.889	30	2
62.222	34	3
37.778	38	4
17.778	42	5
6.667	49-46	6

ئەم شىۋەى خوارەۋە ئەمە پۈۋى دەكاتەۋە:



شېۋەى (9.2) چەماۋەى دووبارەى كۆكرۈەى نىزىۈەى رىزەى بۇ 45 كرىكار بە پىۋى كرىۋى پۇژانە

تېپىنى : ھەندىك چارۋا پىۋىست دەكات كىشانى چەماۋەى دووبارەى كۆكرۈەى بەرز بۆۋە نىزى بۆۋە بەرامبەر ناۋەندى تۈيزەكەن لەيەك شېۋەدا ھەرەكەت ھەم شېۋەيەدا بەدىار دەكەۋىت، ئەۋىش بەپىشت بەستىن بەداتاكانى نمونەى (1.2):



شېۋە (10.2) چەماۋى دووبارەيى كۆكرەيى بەرزبۇۋە و نزمبۇۋە بۇ 45 كرىكار
بە پىي كرىي پۇژانە

دووم : لە دۇخى داتا نارىزكراۋەكان : دۇخى داتا نا رىزكراۋەكان برىتتپە لە :

1_ ستوونە ھىلكارىيەكان :

ئەمەش لە خستەنەروى داتا جىاچىكان بەكاردەھىتتتت بەھەمان شېۋە لە داتا باسە
نپپەكانىش بەكاردەھىتتتت (Bar charts)
بۇ ئەمەش ژمارەيەك شېۋەي جىاچىاي ھەيە، لەوانە :

ا_ ستوونی هیلکاری ساده :

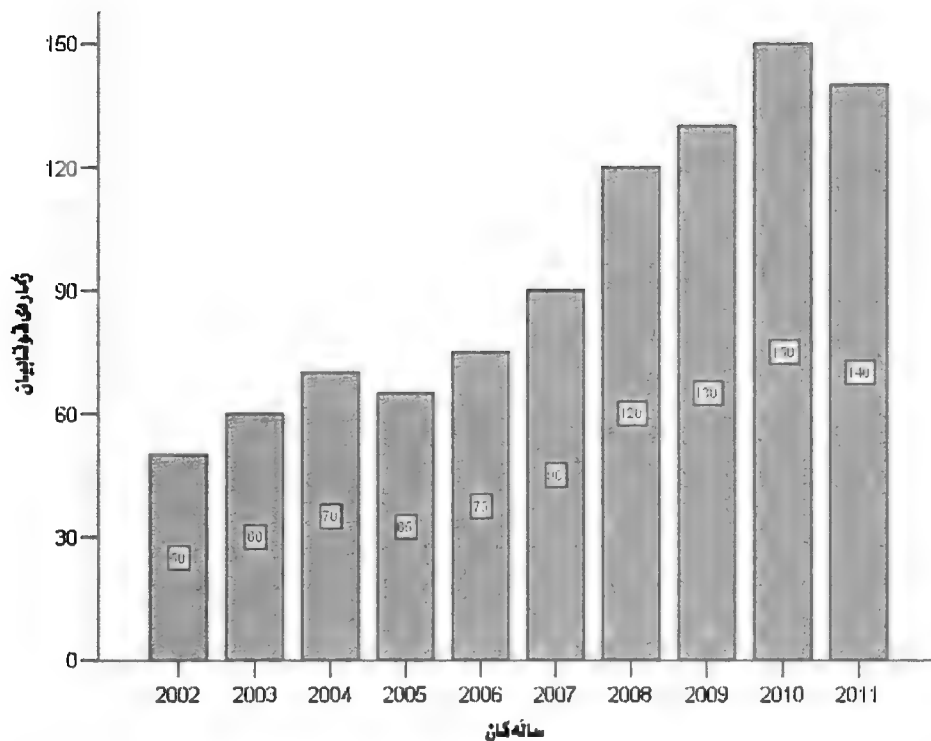
ئەمەش لە نوێنەرایەتی کردنی بەهای داتاکانی تاکە دیاردەیەکی لیکۆلینەو بەکار دەهێنرێت، جاری وا هەیە ئەو داتایانە دابەشکراوە لە بەرامبەر کات (زنجیرە ی زەمەن)، یان زنجیرە ی یەکەکانی بەرھەمھتد.

نموونه (2. 13) : ستوونی هیلکاری بۆ نوێنەرایەتی کردنی ژمارە ی قوتابیە وەرگیراوەکان لە بەشی ئابووری لە ماوە ی (10) سال بەکاربھێنە.

سال	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
ژمارە ی قوتابیە	50	60	70	65	75	90	120	130	150	140

شیکار :- دەتوانرێت ستوونی هیلکاری لە نوێنەرایەتی داتاکانی ئەو خستە ی بەکار بھێنرێت، ئەویش

لە میانە ی گریمانی ئەو ی سال بریتی یە لە تەوەرە ی ئاسۆ ی و لە بەرامبەر دا ژمارە ی قوتابیانی وەرگیراوە لە بەشی ئابووری بریتی یە لە تەوەرە ی ستوونی کە لەم شیۆە بە یانی یە پوون کراوە تەو:

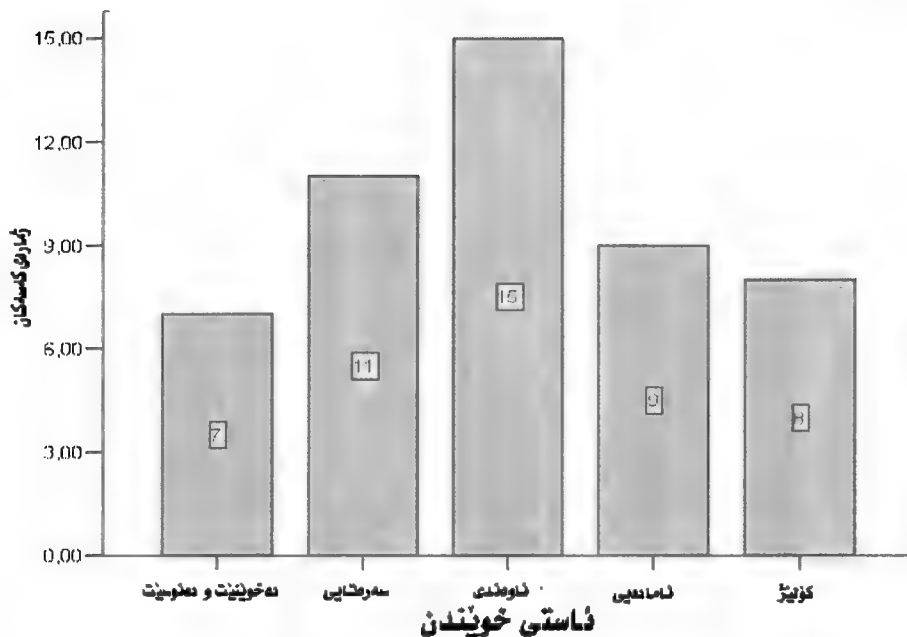


شيوه (11.2) ستوونى به يانى بۇ ژماره قوتايانى وەرگىراو له به شى ئابوورى
له نيوان ماوه (2011-2002)

نموونه :- (14.2) :- ستوونى هيلكارى له نوينه رايه تى كردنى ئاستى زانستى بۇ
داتاكان نموونه (6.2) به كاربه يته :-

ژماره كەسەكان	ئاستى زانستى
7	خويندەنەو و نووسىن
11	سەرەتايى
15	ناوئەندى
9	ئامادەيى
8	كۆيىز

شیکار :- ئاستی زانستی بریتیه له تهوهره‌ی ئاسۆیی له بهرامبه‌ر ئه‌وه‌دا ژماره‌ی کهسه‌کانی لیکۆلینه‌وه‌که ده‌که‌وێته تهوهره‌ی ستوونی، هه‌روه‌کو له‌م شیوه‌یه‌دا پوون کراوه‌ته‌وه :-



شیوه‌ی (12.2) ستوونی به‌یانی بۆ ژماره‌ی کهسه‌کان به‌ پێی ئاستی خوێندن

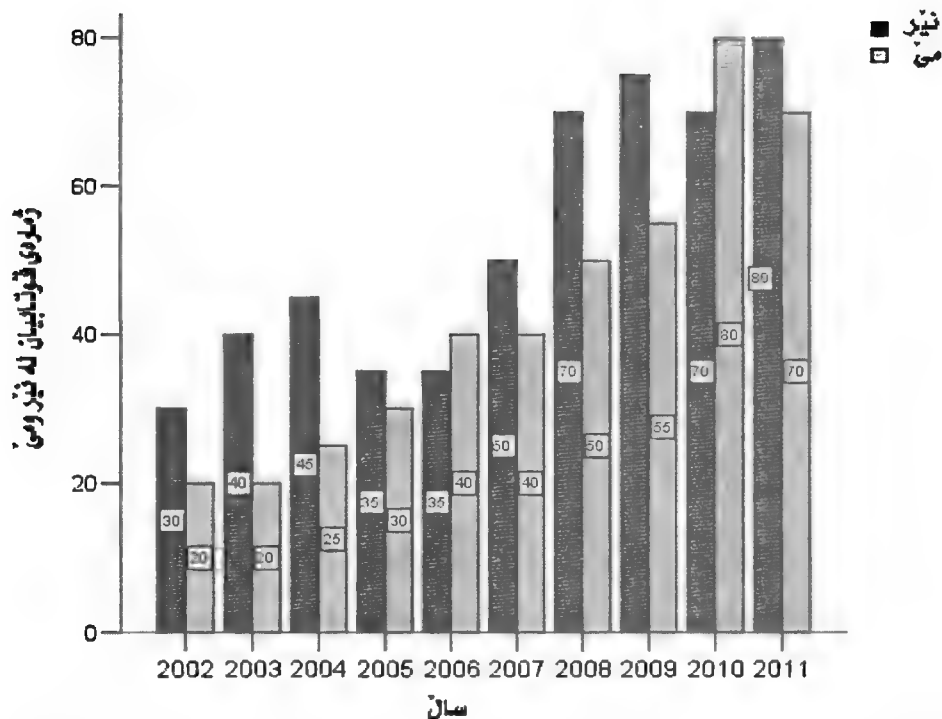
ب- ستونی هیلکاری ئاوێته‌یی :-

بۆ نوێنه‌رایه‌تی به‌های داتای زیاتر له دیارده‌یه‌کی لیکۆلینه‌وه (دوو دیارده یان زیاتر) به‌کار ده‌هێنرێت.

نموونه :- (15.2) ستوونی هیلکاری ئاوێته‌یی به‌کاربهێنه، بۆ نوێنه‌رایه‌تی کردنی ژماره‌ی قوتابیانی وه‌رگیراو له به‌شی ئابووری که پۆلین کراوه به پێی نێرو می له ماوه‌ی (2002-2011) هه‌روه‌کو له‌م خسته‌یه به دیارده‌که‌وێت :-

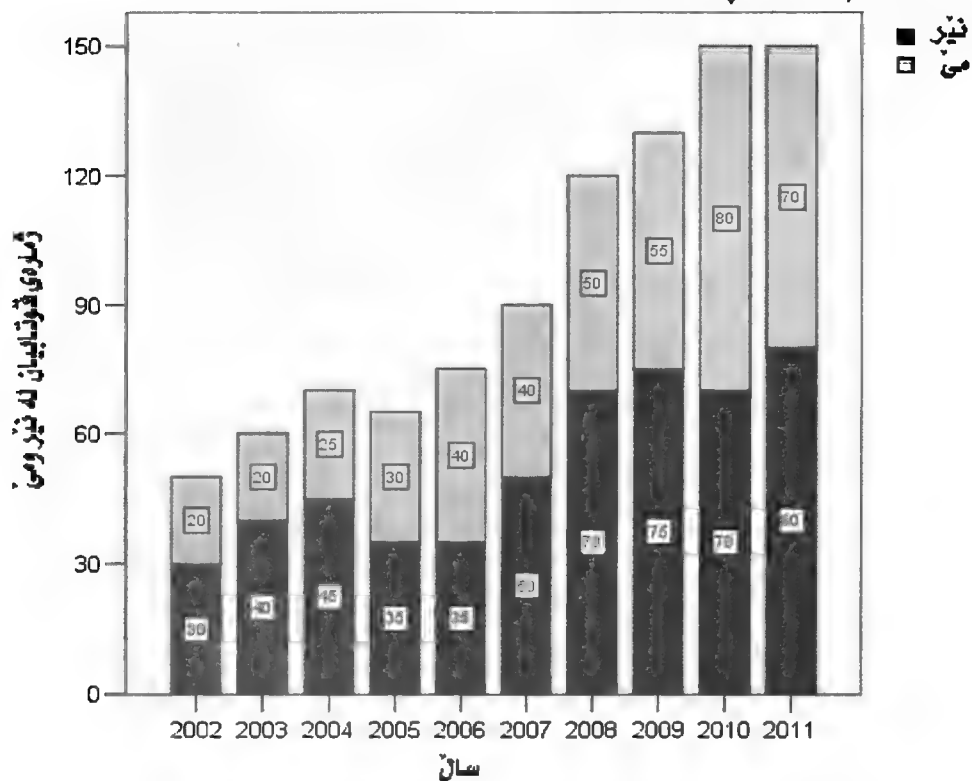
ساڵ	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
نێر	30	40	45	35	35	50	70	75	70	80
می	20	20	25	30	40	40	50	55	80	70

شىكار :- بۇ كىشەنى ستونى ھىلكارى ئاۋىتەيى دەتوانىن تەۋەرەي ئاسۋىيى برىتى بىت
 لە سالەكان، لەھەمان كاتدا تەۋەرەي ستونى برىتتېيە لە ژمارەي قوتابيانى كوپو كچ،
 ھەرەكو لەم شىۋەيە بەدىاردەكەۋىت :-



شىۋەي (13.2) ستونى بەيانى ئاۋىتەيى بۇ ژمارەي قوتابيانى ۋەرگىراۋ لە بەشى
 ئابۋورى بە پىيى رەگەز لە نىۋان سانانى (2011-2002)

دەتوانریت نوینەرایەتی داتاكان لەشیوہی ستوونەكان دابەش بکړیت بۆ نیرومی،
 ھەروەکو لەم شیوہیە پوون کراوەتەوہ :-



شیوہی (14.2) ستوونی بەیانی ناوینەیی (بەشکراو) بۆ ژمارە قوتابیانی وەرگیراوە
 لە بەشی ئابووری بە پێی ڕەگەز لە نیوان ساڵانی (2011-2002)

2- ھێلکاری بازنەیی :-

ئەمەش لە داتا باسەننێەكان بە كاردەھێنریت وەك (جۆری كەرتە ئابووریەكان،
 دابەش كردنی دانیشتون، جۆرەكانی كالاى بەكاربردن...ەتد)، كە بازنەكە بۆ چەند
 بەشێك دابەش دەكات و ژمارەى یەكسان دەبێت بە كەرتەكانەوہ، كە لە ئابوورینەكان
 نوینەرایەتی دەكات، بەجۆرێك سەرچەمى پووبەری كەرتەكان بریتى دەبێت لە پووبەری
 بازنەكە، بە ئامانجى دیاریكردنى قەبارەى ھەریك لەو كەرتانە، بۆیە پتووستە گۆشەى
 ھەریك لەوانە دیار بکړیت، واتە گۆشەى ھەر كەرتێك لەو كەرتانە بەم شیوہى خوارەوہ
 دەبێت :-

$$\theta_i = \frac{A_i}{T} \times 360^\circ \quad \dots \quad (2.12)$$

نمونه :- (16.2) :- يەككە لە تووژىنەوێ ئابوورىيەكان باسى لە خەرجى خێزانى مانگانە دەكات، كە برىتييه لە بېرى (900) ھەزار دىنار، و بەم شىۋەى خوارەوێ دابەشكراوێ :- خۆراك (300)، جل و بەرگ (200)، شوينى نىشتەجى بوون (250) كارەبا (100)، جۆراوجۆر (50).

داواكارى :- ھىلكارى بازىيى بكېشە كە نوێنەرايەتى ئەم داتايانەى سەرەوێ بكات :

شيكار :- بەبەكارھىنانى دەقى (2.12) دەتوانىن ھەموو گۆشەى جۆرەكانى خەرجى بە دەست بھێنن، ئەویش بەم شىۋەى خوارەوێ :- ئىنجا بە پشت بەستن بە گۆشە ھەژماركروەكان دەتوانىن ئەم بازىيە بەم شىۋەيە بكېشين :-

$$\theta_i = \frac{A_i}{T} \times 360^\circ$$

$$\theta_1 = \frac{A_1}{T} \times 360^\circ = \frac{300}{900} \times 360^\circ = 120^\circ \quad \text{خۆراك}$$

$$\theta_2 = \frac{A_2}{T} \times 360^\circ = \frac{200}{900} \times 360^\circ = 80^\circ \quad \text{جلوبەرگ}$$

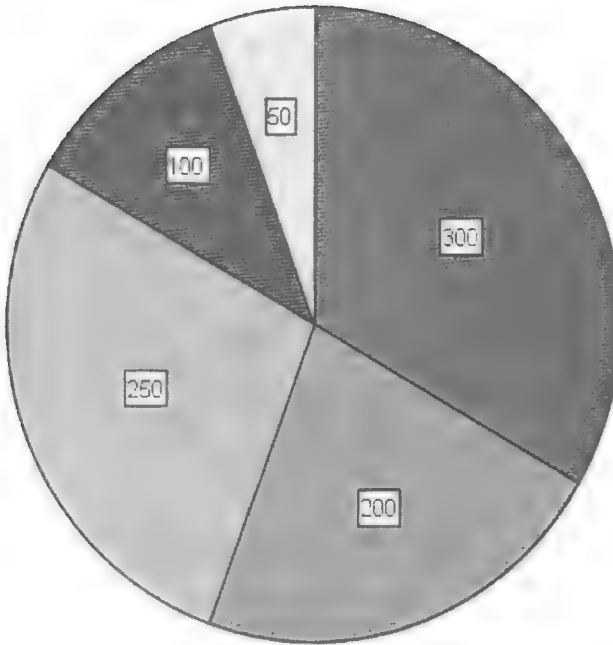
$$\theta_3 = \frac{A_3}{T} \times 360^\circ = \frac{250}{900} \times 360^\circ = 100^\circ \quad \text{شوینى نىشتەجىبوون}$$

$$\theta_4 = \frac{A_4}{T} \times 360^\circ = \frac{100}{900} \times 360^\circ = 40^\circ \quad \text{كارەبا}$$

$$\theta_5 = \frac{A_5}{T} \times 360^\circ = \frac{50}{900} \times 360^\circ = 20^\circ \quad \text{ھەمەجۆر}$$

چۆرەكانى كەۋەستە

- خۇزەك
- ▨ جۈلۈپەك
- شۈيۈن ئۈستە جۈلۈپەك
- كەۋەبە
- ھەمە جۈر



شۈيۈن (15.2)؛ بازىنى بەيىنى بۇ خەرجى مانگانە خىزانەكانى ھەرىمى كوردستان

3- ھېلى بەيىنى؛ - دەتوانىت نۆپەنرەپەتى دياردەپەك يان ژمارەپەك دياردەپەك لىكۆلنەۋە بىكات، ئەۋىش لەمىيەنەپەك ماۋەپەك زەمەنەپەك بەشۈۋەپەك ھېلى بەيىنى دەپىت، ھەروەكە لەم نەۋەنەپەك خوارەۋە پەۋن دەپىتەۋە؛

نەۋەنە (17.2)؛ - ئەم خىشتەپەك خوارەۋە نۆپەنرەپەتى خەرجى گرېمەنەپەك بۇ شارەۋەنەپەكە ھەرىمى كوردستان لەماۋەپەك (10) سال دەكات .

سال	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
ھەۋلىپەك	200	500	450	550	750	800	840	920	960	990
سەنەمەنەپەك	150	400	300	450	610	650	550	800	760	830
دەۋەك	100	350	400	410	500	600	400	600	670	750

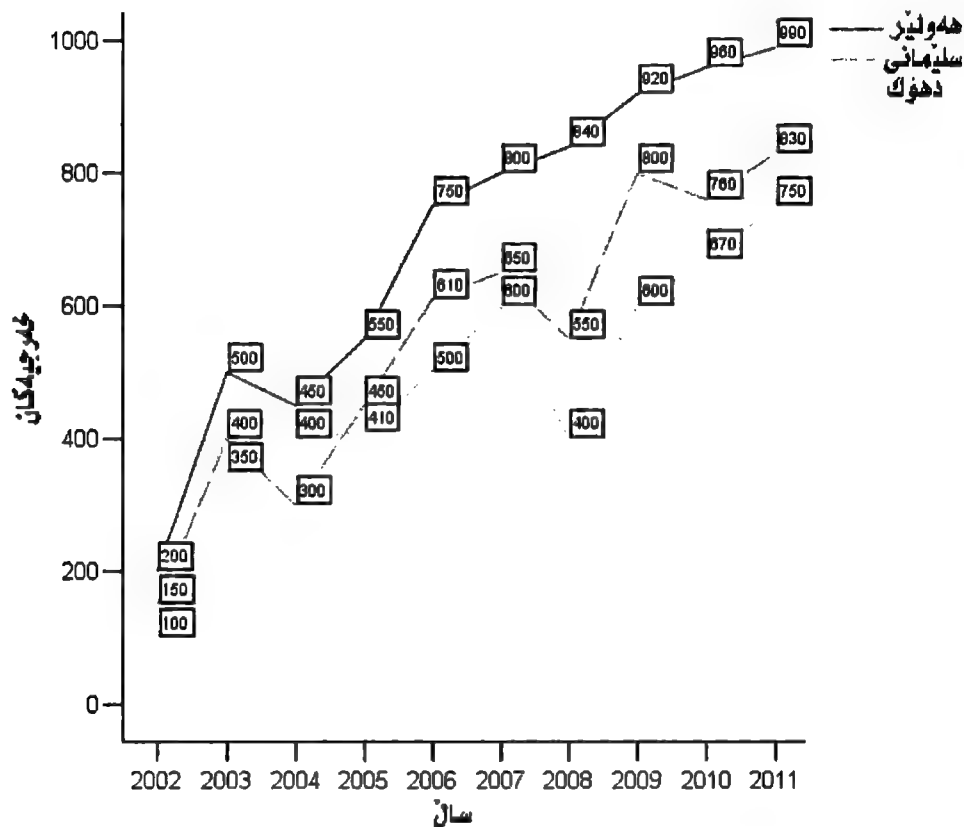
داواکاری :- هێلی به یانی بکێشه، که نوێنه رایه تی خه رچی گریمانی شاره وانیه کانی

هه ریمی کوردستان بۆ ماوه ی (10) سال بکات .

شیکار :- ده توانی هێلی به یانی بۆ خه رچی گریمانی بۆ شاره وانیه کانی هه ریمی

کوردستان بکێشری ت که ته وه ره ی ستوونی بریتییه له خه رجیه کان و ته وه ره ی ئاسۆشی

بریتییه له ساله کان، که به م شیوه یه کێشراوه :-



شیوه ی (16.2) : هێلی به یانی بۆ خه رچی مانگانه ی خیزان له هه ریمی کوردستان

راهینانی به شی دووهم

1-2 : لیکۆلینه وه له کێشی (50) قوتابی ده کات، ئه ویش به م شیوه ی خواره وه :-

27	43	33	37	35	24	23	36	37	19
43	24	23	42	37	33	24	27	43	18
19	33	28	45	23	22	34	30	32	23
42	22	31	33	34	44	31	31	41	34

32	19	35	45	29	45	32	22	34	33
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

داواکاری :- ئەم داتاiane له خشتهیهکی دووبارهیی رێک بخه و ناوهندی توێژ دهریهینه

2-2 :- ئەم داتاiane ی خوارهوه مان هه بیئت :

12.7	5.8	4.3	13.7	8.5	9.1	7.2	3.8	3.5	3.9
6.4	2.4	2.3	4.2	3.7	3.3	2.3	9.7	4.3	5.8
3.9	3.3	2.8	4.5	2.3	5.2	3.1	3.0	3.2	6.3
4.2	5.2	3.1	3.3	5.4	4.4	3.9	3.1	4.7	8.4

داواکاری بریتییه له :

- 1- خشتهی دابهشکردنی دووبارهیی
 - 2- دووبارهبوونی کۆکراوهی بهرز بوونهوه
 - 3- دووبارهبوونی کۆکراوهی بهرز بوونهوهی پێژهیی
 - 4- دووبارهبوونهوهی کۆکراوهی نزم بۆوه
 - 5- دووباره بوونهوهی کۆکراوهیی نزم بۆوهی پێژهیی.
- 2-3 :-** ئەمهش بژاردیهکی پهههکییه، که له (100) قوتابی لهگهڵ نمرهکانیان له وانهی ئابووری پێک هاتوه :-

ژمارهی قوتابیان	ئه نجامی وانهی ئابووری
15	کهوتوو
22	پهسهند
25	ناوهند
17	باشه
12	زۆر باشه
9	نایاب

داواکاری :- خشتهی دابهش کردنی دووبارهیی بهرز بۆوه دروست بکه .

2-4 :- به پشت بهستن به پرسیاری (2-1) پلیکانی دووبارهیی و (بکێشه .

2-5 :- به پشت بهستن به پرسیاری (2-2) پلیکانی دووبارهیی و چهماوهی دووبارهیی بکێشه .

2-6 :- به پشت بهستن به پرسیاری (2-1) چهماوهی دووبارهیی کۆکراوهی بهرز بۆوه و پێژهیی بکێشه .

7-2: - به پشت بهستن به پرسیاری (2-2) چه ماوهی دوویارهیی کۆکراوهی نزم بۆوهو ریژهیی بکێشه .

8-2: - ئه گهر بێتو ئه م داتا یا نهی خواره و هت هه بێت که نوێنه رایه تی به ره می گه نم و جۆ له هه ری می کوردستان به هه زاران ته ن له ماوهی پێنج سال ده که ن، هه روه کو له م خسته یه دا دیاره :-

سال	2006	2007	2008	2009	2010
به ره می گه نم	120	180	210	190	230
به ره می جۆ	100	150	170	210	200

داواکاری :

1- ستوونی هێلکاری بۆ به ره می گه نم له هه ری می کوردستان له ماوهی پێنج سال بکێشه .

2- ستوونی هێلکاری بۆ به ره می گه نم و جۆ له هه ری می کوردستان له ماوهی پێنج سالدا بکێشه .

9-2: - هێلکاری باز نه یی بۆ به کار به ر دنی پۆزانه ی به نه زین له پارێزگا کانی هه ری می کوردستان بکێشه .

پارێزگا	به کار به ر دنی به نه زین
هه ولێر	800
سلێمانی	600
دهوک	450

10-2: - هێلکاری باز نه یی بۆ دا هات و خه ر جی کۆمپانیای شیشه ار له ماوهی (6) سالدا

بکێشه . به م شێوه یه :-

سال	2005	2006	2007	2008	2009	2010
دا هات	1200	2180	2210	2190	2300	3000
خه ر جیه کانی	1000	1150	1301	1100	1200	1500

به‌شی سییه‌م
هیما و زاراوه
ماتیکیه‌کان
Notations

1.3: پيشه‌كي:

پيش نه‌وهی ده‌ست به‌خویندنی ئاماری ژماره‌یی و پیاوانه‌کردنییه‌وه بکه‌ین، هه‌ندیک ئاماژه‌ی ئاماری بۆ داتا‌کانی به‌رده‌ست پیشکesh ده‌که‌ین، له‌م به‌شه‌دا باس له‌گیرنگترین هه‌ماو زا‌وه‌ی به‌کاره‌یتراو له‌ به‌شه‌کانی داهاتوو ده‌که‌ین، نه‌ویش به‌م شیوه‌ی خواره‌وه :-

2.3: - هه‌مای کۆکردنه‌وه :

گیرمان که x مانای نمره‌ی وانه‌ی ئابووری بۆ بژاردیه‌کی په‌مه‌کی ($n=10$) ده‌گه‌یه‌نیت، که بریتیه له قوتابانی به‌شی ئابووری، که x_1 بریتیه له نمره‌ی وانه‌ی ئابووری بۆ قوتابی په‌که‌م، x_2 بریتیه له نمره‌ی وانه‌ی ئابووری بۆ قوتابی دووهم،... تا x_{10} که بریتیه له نمره‌ی وانه‌ی ئابووری بۆ دوا قوتابی، سه‌رنجی نه‌وه ده‌دریت، که ئه‌مه نمره‌ی قوتابیه‌کانمان به‌ده‌ست هه‌تاوه، که بریتیه له زنجیره‌یه‌ک ژماره، نه‌ویش به‌م شیوه‌یه :-

$$x_1, x_2, \dots, x_{10}$$

له‌وکاته‌دا سه‌رجه‌می هه‌موه‌کی نه‌و ژمارانه بریتیه له: $x_1 + x_2 + \dots + x_{10}$ ئه‌ینجا بۆ ئاسانکردنی نووسینی نه‌و سه‌رجه‌مه به‌شیوه‌یه‌ک که گوزارشتی پی‌بکریت:

$\sum_{i=1}^{10} x_i$ که هه‌مای \sum ئاماژه به‌کرده‌ی کۆکردنه‌وه ده‌کات، ئه‌مه‌ش بریتیه له پیتیکی

ئه‌غریق به Sigma، ده‌خوینرته‌وه i نوینه‌رایه‌تی ئاماژه Subscript بۆ زنجیره‌ی ژماره‌ کرده‌ی کۆکردنه‌وه ده‌کات، ئه‌گه‌ر بێتو $i=1$ ئه‌مه‌ش مانای نه‌وه‌یه نمره‌ی قوتابی په‌که‌مه، $i=2$ واته نمره‌ی قوتابی دووهمه، به‌هه‌مان شیوه بۆ نمره‌کانی تر $i=10$

قوتابیه‌که، تا ده‌گاته دوا قوتابی بژاردیه‌که، نه‌و کرده‌یه $\sum_{i=1}^{10} x_i$ که به‌م شیوه‌یه

ده‌خوینریت :- سه‌رجه‌می زنجیره‌ی ژماره‌کان به‌نمره‌ی قوتابی په‌که‌م ده‌ست پیده‌کات

$i=1$ به‌نمره‌ی دوا قوتابی کۆتایی پیده‌دات $i=10$ به‌شیوه‌یه‌کی گشتی پی‌بکریت،

ئەگەر بىتو زنجىرەك بېرمان ھەيىت، كەژمارە يان n ، ئەوا سەرجمى ھەمووھىكى بەم شىۋەيە گوزارشتى بۆ دەكرىت.

$\sum_{i=1}^n x_i$ ، لەسەر ئەم بنچىنەيەدا دەتوانرىت گوزارشت بەزنجىرەى بېرەكان بىكرىت، كە

برىتىيە لە x_1, x_2, \dots, x_n بۆ چەند كىردەيەكى جىاجىيا بەم شىۋەى خوارەوھ :-

كىردەى پىۋىست	كىردە بە شىۋەى ھىما	ھىماى كۆكرىدەوھ
سەرجمى بەھاي داتاي زنجىرەكان	$x_1 + x_2 + \dots + x_n$	$\sum_{i=1}^n x_i$
سەرجمى دووجاي بەھاي داتا زنجىرە يىھەكان	$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$
دووجاي سەرجمى بەھاي داتا زنجىرىيەكان	$(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2$	$\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2$
سەرجمى سەراۋىژىرى بەھاي داتا زنجىرىيەكان	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}$	$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)$
سەرجمى دووجاي سەراۋىژىرى داتا زنجىرە يىھەكان	$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \dots + \frac{1}{x_n^2}$	$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i^2}\right) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)^2$
سەراۋىژىرى سەرجمى بەھاي داتا زنجىرە يىھەكان	$\frac{1}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i}$
سەراۋىژىرى سەرجمى دووجاي بەھاي داتا زنجىرە يىھەكان	$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
سەرجمى لۇگارىتىمى بەھاي داتا زنجىرە يىھەكان	$\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n$	$\sum_{i=1}^n \log x_i$
لۇگارىتىمى سەرجمى بەھاي داتا زنجىرە يىھەكان	$\log(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$	$\log \sum_{i=1}^n x_i$

$\sum_{i=1}^n \sqrt{x_i}$	$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \cdots + \sqrt{x_n}$	سەرجهمی دهگی به‌های داتا زنجیره بیه‌کان
$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sqrt{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}$	دهگی سەرجهمی به‌های داتا زنجیره بیه‌کان

گریمان دوو زنجیره داتامان هه‌یه x و y ژماره‌ی هه‌یه که یان بریتیه له a و b له به‌هاکان و نوینه‌رایه‌تی دوو به‌های نه‌گۆر ده‌که‌ن ئه‌وا:

1- سەرجهمی بپی چه‌سپاو له a بۆ n له جاره‌کان بریتیه له:

$$\sum_{i=1}^n a = a \sum_{i=1}^n (1) = a \cdot n$$

2- سەرجهمی جارانی چه‌سپاو a به‌به‌های داتا زنجیره‌یه‌کان x_i بریتیه له:

$$\sum_{i=1}^n a x_i = a \sum_{i=1}^n x_i$$

3- سەرجهمی کۆکردنه‌وه یان که مکردنه‌وه‌ی چه‌سپاو a بۆ به‌های داتا زنجیره‌یه‌کان x_i بریتیه له:

$$\sum_{i=1}^n (x_i \mp a) = \sum_{i=1}^n x_i \mp \sum_{i=1}^n a = \sum_{i=1}^n x_i \mp a \sum_{i=1}^n (1) = \sum_{i=1}^n x_i \mp a \cdot n$$

4- سەرجهمی کۆکردنه‌وه، یان که مکردنه‌وه‌ی ئیوان به‌های داتا زنجیره بیه‌کانی x_i و به‌های داتا زنجیره‌یه‌کان y_i بریتیه له:

$$\sum_{i=1}^n (x_i \mp y_i) = \sum_{i=1}^n x_i \mp \sum_{i=1}^n y_i$$

5- سەرجهمی جارانی به‌های داتا زنجیره بیه‌کان x_i به‌به‌های داتا زنجیره بیه‌کانی y_i که له به‌رامبه‌ری دایه، بریتیه له:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_n y_n$$

6- سه‌رجه‌می جارانی دوو کۆمه‌له، کۆمه‌له‌ی یه‌که‌م بریتییه له به‌های داتا زنجیره بیه‌کان x_i به‌زیادکردن یان که‌مکردن، که به‌های چه‌سپاوی a هه‌یه، له‌گه‌ل کۆمه‌له‌ی دووه‌م، که بریتییه له به‌های داتا زنجیره بیه‌کان y_i به‌زیاد کردن یان که‌مکردن، که به‌های چه‌سپاوی هه‌یه، ئه‌مه‌ش بریتییه - b که:

$$\sum_{i=1}^n (x_i + a)(y_i + b) = \sum_{i=1}^n (x_i y_i + b x_i + a y_i + ab)$$

$$= \sum_{i=1}^n x_i y_i + b \sum_{i=1}^n x_i + a \sum_{i=1}^n y_i + abn$$

نموونه (1.3) :- گریمان ئه‌م داتایانه‌ی خواره‌وت هه‌یه :-

ئه‌نجام به‌م شیوه‌یه ده‌ربه‌ینه: $a = 8$ و $b = 10$

x_i	4	2	1	5		
y_i	-3	-1	0	6		
7	6	5	4	3	2	1
$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)^2$	$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)$	$\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_i$
14	13	12	11	10	9	8
$\frac{ab}{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sum_{i=1}^n ax_i$	$\sum_{i=1}^n a$	$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sum_{i=1}^n \sqrt{x_i}$	$\log \sum_{i=1}^n x_i$	$\sum_{i=1}^n \log x_i$
20	19	18	17		16	15
$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$	$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)$	$\sum_{i=1}^n (x_i + a)$	$\sum_{i=1}^n (x_i + a)(y_i + b)$	$\sum_{i=1}^n x_i y_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_i y_i$	

شیکار :- سه‌رنجی ئه‌وه ده‌دریٲ له‌میانه‌ی ئه‌م داتایانه‌ی سه‌ره‌وه، که $n = 4$ ده‌توانریت ئه‌نجام به‌گوزارشتی ماتماتیکی بکریٲ، که بریتییه له :-

$$1 \quad \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^4 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 + 2 + 1 + 5 = 12$$

$$2 \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^4 x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4^2 + 2^2 + 1^2 + 5^2 = 46$$

$$3 \quad \left(\sum_{i=1}^4 x_i \right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 = (4 + 2 + 1 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$$4 \quad \sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{x_i} \right) = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{5} = 0.25 + 0.5 + 1 + 0.2 = 1.95$$

$$5 \quad \sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{x_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{x_i^2} \right) = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{5^2} \\ = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{25} = 0.0625 + 0.25 + 1 + 0.04 = 1.3525$$

$$6 \quad \frac{1}{\sum_{i=1}^4 x_i} = \frac{1}{12} = 0.0833$$

$$7 \quad \frac{1}{\sum_{i=1}^4 x_i^2} = \frac{1}{46} = 0.0217$$

$$8 \quad \sum_{i=1}^4 \log x_i = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \log x_4 \\ = \log 4 + \log 2 + \log 1 + \log 5 \\ = 0.6021 + 0.3010 + 0 + 0.699 = 1.602$$

$$9 \quad \log \sum_{i=1}^4 x_i = \log 12 = 1.0792$$

$$\begin{aligned}
 10 \quad \sum_{i=1}^4 \sqrt{x_i} &= \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_4} = \sqrt{4} + \sqrt{2} + \sqrt{1} + \sqrt{5} \\
 &= 2 + 1.4142 + 1 + 2.2361 = 6.6503
 \end{aligned}$$

$$11 \quad \sqrt{\sum_{i=1}^4 x_i} = \sqrt{12} = 3.4641$$

$$12 \quad \sum_{i=1}^4 a = a \sum_{i=1}^4 (1) = a \cdot 4 = (8)(4) = 32$$

$$13 \quad \sum_{i=1}^4 ax_i = a \sum_{i=1}^4 x_i = (8)(12) = 96$$

$$14 \quad \frac{ab}{\sum_{i=1}^4 x_i} = \frac{(8)(10)}{12} = 6.6667$$

$$\begin{aligned}
 15 \quad \sum_{i=1}^4 x_i y_i &= x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 = (4)(-3) + (2)(-1) + (1)(0) + (5)(6) \\
 &= -12 - 2 + 0 + 30 = 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \quad \sum_{i=1}^4 x_i y_i^2 &= x_1 y_1^2 + x_2 y_2^2 + x_3 y_3^2 + x_4 y_4^2 \\
 &= (4)(-3)^2 + (2)(-1)^2 + (1)(0)^2 + (5)(6)^2 = 36 + 2 + 0 + 180 = 218
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17 \quad \sum_{i=1}^4 (x_i + a)(y_i + b) &= \sum_{i=1}^4 (x_i y_i + b x_i + a y_i + ab) \\
 &= \sum_{i=1}^4 x_i y_i + b \sum_{i=1}^4 x_i + a \sum_{i=1}^4 y_i + abn \\
 &= 16 + (10)(12) + (8)(2) + (8)(10)(4) = 472
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18 \quad \sum_{i=1}^4 (x_i + a) &= \sum_{i=1}^4 x_i + \sum_{i=1}^4 a = \sum_{i=1}^4 x_i + a \sum_{i=1}^4 (1) \\
 &= \sum_{i=1}^4 x_i + a \cdot 4 = 12 + (8)(4) = 44
 \end{aligned}$$

19

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - y_i) = \sum_{i=1}^4 x_i - \sum_{i=1}^4 y_i = 12 - 2 = 10$$

20

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 &= (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 + (x_4 - y_4)^2 \\ &= (4 - (-3))^2 + (2 - (-1))^2 + (1 - 0)^2 + (5 - 6)^2 \\ &= (7)^2 + (3)^2 + (1)^2 + (-1)^2 = 60 \end{aligned}$$

3.3 :- هیماي جاران :- هه نديك جار پښوستان به كرده ی جارانی كومه لیک

برهكان به یه كتریه وه ده كریټ، نه مهش پښوستی به هیمازی هی به بۆ ئاسانی نووسینی نه و هیماهی، كه بریتییه له نه مهش به لگه یه له سه ربوونی كرده ی جارانی كومه لیک له برهكان، نه گه ربیتو كومه لیک له به های داتا زنجیره ییه كان بریتییه له :

$$x_1, x_1, \dots, x_n$$

نه و جارانی نه و برانه به یه كتره وه، به م شیویه ده بیټ :

$$\prod_{i=1}^n x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

نه و كرده یهش به م شیویه ده خوینریت، كه جارانی به های داتا زنجیره ییه كانی برهكان به یه كتره وه، كه به به های یه كه م $i = 1$ دهست پیډهكات و به دوا به ها $i = n$ ، كوتایی دیت. گریمان دوو زنجیره داتامان هه یه x و y ژماره ی هه یه كه یان بریتییه له n له به ها و a و b مان هه یه، كه بریتییه له هه ردو به های چه سپار، نه و :-

هیمای جاران	ئاسان كردنی كرده كان
$\prod_{i=1}^n a$	a^n
$\prod_{i=1}^n a x_i$	$a^n \cdot \prod_{i=1}^n x_i$
$\prod_{i=1}^n a b x_i y_i$	$(ab)^n \prod_{i=1}^n x_i \prod_{i=1}^n y_i$
$\prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$	$\frac{1}{\prod_{i=1}^n x_i}$

هیمای چاران	ناساکردنی کرده‌کان
$\log \prod_{i=1}^n x_i$	$\sum_{i=1}^n \log x_i$
$\prod_{i=1}^n \sqrt{x_i}$	$\sqrt{\prod_{i=1}^n x_i}$
$\prod_{i=1}^n x_i^a$	$\left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^a$
$\log \prod_{i=1}^n x_i^a$	$a \sum_{i=1}^n \log x_i$
$\prod_{i=1}^n \frac{x_i}{y_i}$	$\frac{\prod_{i=1}^n x_i}{\prod_{i=1}^n y_i}$

2.3 نه‌گه‌ر بی‌تو نه‌م داتایانه‌ی خواره‌وه‌ت هه‌بی‌ت :-

x_i	7	1	5
y_i	2	0	4

نه‌نجامه‌که به‌م شیویه بدۆزه‌روه: $a = 6$ و $b = 8$

5	4	3	2	1
$\prod_{i=1}^n abx_i y_i$	$\prod_{i=1}^n a x_i$	$\prod_{i=1}^n a$	$\prod_{i=1}^n x_i^2$	$\prod_{i=1}^n x_i$
10	9	8	7	6
$\log \prod_{i=1}^n x_i^{a y_i}$	$\log \prod_{i=1}^n x_i^a$	$\log \prod_{i=1}^n x_i$	$\prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2}$	$\prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$
15	14	13	12	11
$\prod_{i=1}^n (x_i - a)^2$	$\prod_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$	$\prod_{i=1}^n x_i y_i^2$	$\prod_{i=1}^n x_i^a$	$\prod_{i=1}^n \sqrt{x_i}$

شیکار: سہ رنجی ٹوہ دہدہین لہ میانہی ٹہنجامہ کانی سہ رہوہ $n = 3$ دہ توانریت ٹہنجامہ کان
 بہ گوزارشتی ماتماتیکی بہ م شٹوہیہ دہ ربھینین:

$$1 \quad \prod_{i=1}^n x_i = \prod_{i=1}^3 x_i = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) = (7)(1)(5) = 35$$

$$2 \quad \prod_{i=1}^3 x_i^2 = x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot x_3^2 = (7)^2 (1)^2 (5)^2 = 1225$$

$$\text{or} \quad = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^2 = [(7)(1)(5)]^2 = [35]^2 = 1225$$

$$3 \quad \prod_{i=1}^3 a = a^3 = 6^3 = 216$$

$$4 \quad \prod_{i=1}^3 a x_i = a^3 \cdot \prod_{i=1}^3 x_i = 6^3 \cdot 35 = 7560$$

$$5 \quad \prod_{i=1}^3 ab x_i y_i = (ab)^3 \prod_{i=1}^3 x_i \prod_{i=1}^3 y_i = (6 \cdot 8)^2 35 \cdot 0$$

$$= (2304)(35)(0) = 0 \quad \text{where} \quad \prod_{i=1}^3 y_i = (2)(0)(4) = 0$$

$$6 \quad \prod_{i=1}^3 \frac{1}{x_i} = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \frac{1}{x_3} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{35} = 0.0286$$

$$7 \quad \prod_{i=1}^3 \frac{1}{x_i^2} = \frac{1}{x_1^2} \cdot \frac{1}{x_2^2} \cdot \frac{1}{x_3^2} = \frac{1}{[(7)(1)(5)]^2} = \frac{1}{(35)^2} = \frac{1}{1225} = 0.0008$$

$$8 \quad \log \prod_{i=1}^3 x_i = \sum_{i=1}^3 \log x_i = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3$$

$$= \log 7 + \log 1 + \log 5$$

$$= 0.8451 + 0 + 0.699 = 1.5441$$

$$9 \quad \log \prod_{i=1}^3 x_i^a = a \sum_{i=1}^3 \log x_i = (6) \cdot (1.5441) = 9.2646$$

10

$$\begin{aligned}
 \log \prod_{i=1}^3 x_i^{a y_i} &= a \sum_{i=1}^3 y_i \log x_i \\
 &= a \cdot [y_1 \log x_1 + y_2 \log x_2 + y_3 \log x_3] \\
 &= 6 \cdot [2 \cdot \log 7 + 0 \cdot \log 1 + 4 \cdot \log 5] \\
 &= 6 \cdot [2 \cdot 0.8451 + 0 \cdot 0 + 4 \cdot 0.699] = 6 \cdot 4.4862 = 26.9172
 \end{aligned}$$

11

$$\begin{aligned}
 \prod_{i=1}^3 \sqrt{x_i} &= \sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} \cdot \sqrt{x_3} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{1} \cdot \sqrt{5} = (2.6457)(1)(2.2361) = 5.9161 \\
 \text{or} \quad &= \sqrt{(7)(1)(5)} = \sqrt{35} = 5.9161
 \end{aligned}$$

12

$$\begin{aligned}
 \prod_{i=1}^3 x_i^a &= x_1^a \cdot x_2^a \cdot x_3^a = 7^6 \cdot 1^6 \cdot 5^6 \\
 &= (117649)(1)(15625) = 1838265625 \\
 \text{or} \quad &= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^a = (7 \cdot 1 \cdot 5)^6 = (35)^6 = 1838265625
 \end{aligned}$$

13

$$\begin{aligned}
 \prod_{i=1}^3 x_i y_i^2 &= (x_1 y_1^2)(x_2 y_2^2)(x_3 y_3^2) \\
 &= (7 \cdot 2^2)(1 \cdot 0^2)(5 \cdot 4^2) = (28)(0)(80) = 0
 \end{aligned}$$

14

$$\begin{aligned}
 \prod_{i=1}^3 (x_i - y_i)^2 &= (x_1 - y_1)^2 (x_2 - y_2)^2 (x_3 - y_3)^2 \\
 &= (7 - 2)^2 (1 - 0)^2 (5 - 4)^2 = 5^2 \cdot 1^2 \cdot 1^2 = 25
 \end{aligned}$$

15

$$\begin{aligned}
 \prod_{i=1}^3 (x_i - a)^2 &= (x_1 - a)^2 (x_2 - a)^2 (x_3 - a)^2 \\
 &= (7 - 6)^2 (1 - 6)^2 (5 - 6)^2 = (1)^2 (-5)^2 (-1)^2 = 1 \cdot 25 \cdot 1 = 25
 \end{aligned}$$

راهبانی به شی سییه م

1-3: - نه گهر بیتو نه م داتا یانه ی خواره وهت هه بیت :-

x_i	-3	0	3	6	9
-------	----	---	---	---	---

نه نجامه کان به م شیوه به بدۆزه ره وه: $k = 5$

7	6	5	4	3	2	1
$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)^2$	$\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)$	$\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$\sum_{i=1}^n x_i$
14	13	12	11	10	9	8
$\frac{k}{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sum_{i=1}^n kx_i$	$\sum_{i=1}^n k$	$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i}$	$\sum_{i=1}^n \sqrt{x_i}$	$\log \sum_{i=1}^n x_i$	$\sum_{i=1}^n \log x_i$

2-3: - گریمان دوو زنجیره داتامان هه به :-

x_i	0	2	4	6	8	10
y_i	1	3	5	7	9	11

نه نجامه کان به م شیوه به بدۆزه ره وه: $s = 3$, $z = 5$

5	4	3	2	1
$\prod_{i=1}^z (x_i - s)^2$	$\prod_{i=1}^s (x_i - y_i)^2$	$\prod_{i=1}^n x_i y_i^2$	$\prod_{i=1}^n x_i^z$	$\prod_{i=1}^n \sqrt{s} x_i y_i$

1-3 3-3: - نه گهر بیتو d_i بریتیه له خهرجی مانگانه ی خیزان، له هه مان

کاتدا بریتیه له دهسهات g_i بۆ بژاردی پهمه کی به م شیوه ی خواره وه به :-

d_i	105	206	300	121	238	100
g_i	200	300	500	340	340	110

نه مانه بدۆزه ره وه: $a = 3$ نه گهر بیتو

7	6	5	4	3	2	1
$\frac{an}{\sum_{i=1}^n g_i}$	$\sum_{i=1}^a n d_i$	$\sum_{i=1}^n a$	$\sqrt{\sum_{i=1}^n g_i}$	$\sum_{i=1}^a \sqrt{d_i}$	$\log \sum_{i=1}^n g_i$	$\sum_{i=1}^n \log d_i$
13	12	11	10	9	8	
$\sum_{i=1}^n (d_i - g_i)^2$	$\sum_{i=1}^n (g_i - d_i)$	$\sum_{i=1}^a (g_i + a)$	$\sum_{i=1}^n (g_i + a)(d_i + n)$	$\sum_{i=1}^n d_i g_i^2$	$\sum_{i=1}^n d_i g_i$	

3-4: - گریمان دوو زنجیره‌ی داتاگان بریتیه له :-

x_i	3	5	8	2
y_i	2	6	4	5

داواکاری: به‌های نه‌مانه بدوزه‌روه:

5	4	3	2	1
$\log \prod_{i=1}^2 x_i^{4y_i}$	$\log \prod_{i=1}^n x_i^3$	$\log \prod_{i=1}^2 x_i$	$\prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2}$	$\prod_{i=1}^3 \frac{1}{x_i}$
10	9	8	7	6
$\prod_{i=1}^n (x_i - 12)^2$	$\prod_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$	$\prod_{i=1}^n x_i y_i^2$	$\prod_{i=1}^n x_i^5$	$\prod_{i=1}^n \sqrt{x_i}$

بەشى چوارەم
پيۈەرەكانى ناكۆكى
ناوہندی

Measures of Central
Tendency

4-1: پيشه‌كى:

تۆر جاره‌يه پئويستمان به‌ه‌ژماركردنى هه‌ندىك ئاماژه‌يه، كه داتاكان به‌كه‌مترين وورده‌كارى پوخت ده‌كهن، يان مۆديليّك، كه نوينه‌رايه‌تى كۆمه‌له‌ى ئامارو پيڭكاته‌كانى ده‌كات، ياخود پيروه‌رئكه پيوانه‌ى ئه‌و پيڭكاته‌كانه ده‌كات و به‌هۆيه‌وه به‌راورد له‌ گه‌ل كۆمه‌له‌ى ئامارىيى ديكه ده‌كرئت، له‌سه‌ر ئه‌و بنچينه‌يه ده‌توانرئت كۆمه‌له داتايه‌ك به‌يه‌ك به‌ها نوينه‌رايه‌تى بكرئت، ئامانچيش له‌مه‌ بريقييه له‌پيڤدانى وئنه‌يه‌كى خيرا له‌ چه‌ندىتى ئه‌و كۆمه‌له‌يه، كه له‌ميانه‌يدا ژماره ده‌دۆزئته‌وه تا نوينه‌رايه‌تى بكات، ئه‌و پيوره‌يه‌ى تاييه‌تمه‌نده به‌دياركردنى ئه‌و ژماره‌يه پي ده‌گوترئت پيوره‌كانى ناكۆكى ناوه‌ندى، يان پيوره‌ى ناوه‌ندى (نيوه‌نجى) ئه‌و ژماره‌يه، كاتيك به‌پيى بچووكى يان گه‌وره‌يى ريك ده‌خرئت، واته ئه‌و ژماره‌يه به‌ره‌و چه‌قبه‌ندى نيوه‌نجى ئه‌و كۆمه‌له‌يه ده‌چئت، كه هه‌ژمار كراوه، بۆيه ناوى ليئراوه (پيوره‌كانى ناكۆكى ناوه‌ندى)، كه سوودمه‌نده له‌ليكوئينه‌وه‌ى خه‌سله‌ته‌كانى كۆمه‌لگا، ئه‌ويش له‌ميانه‌ى خه‌سله‌ته‌كانى بژارده، كه به‌ تاكه نيوه‌نجى داده‌نرئت، له‌م به‌شه‌دا باس له‌ پيوره‌كانى ناكۆكى ناوه‌ندى بۆ داتا ريزكراوه‌كان و نا ريزكراوه‌كان ده‌كه‌ين :-

4.2: نيوه‌نجى هه‌ژماركردن (Mean)

به‌يه‌كئك له‌ گرنگترين پيوره‌كانى ناكۆكى ناوه‌ندى داده‌نرئت، ئه‌ويش به‌هۆى بوونى ژماره‌يه‌ك خه‌سله‌تى باش و ئاسان له‌ هه‌ژماركردندا، ئه‌مه‌ش واى كردووه له‌ پيشه‌وه‌ى ئه‌و پيوره‌انه بيّت، هه‌روه‌ها نيوه‌نجى هه‌ژماركردن به‌پيوره‌رئك داده‌نرئت، كه له‌سه‌ر ئاستيكي به‌رفه‌روان به‌كارده‌هينرئت، ئه‌ويش له‌به‌ر ئه‌وه‌يه هه‌موو به‌هاكان له‌ كاتى هه‌ژماركردن له‌به‌ر چاو ده‌گرئت، پئويستيشى به‌ريڭخستنى داتاكان نيه‌يه، به‌لام له‌خه‌وشه‌كانى ئه‌وه‌يه كارپيگاره به‌به‌ها شازه‌كان يان به‌هاى لايه‌نى شازى داتاكان، ئه‌مه‌و ده‌توانرئت داتا ريزكراوه‌كان و داتا نا ريزكراوه‌كان هه‌ژمار بكرئت، ئه‌ويش به‌م شيوه‌يه :-

۱- نیوہنجی هه ژمارکردن بۆ داتا نا ریزکراوهکان :-

ژمارکردنی نیوہنجی هه ژمارکردن بۆ داتا نا ریزکراوهکان له میانہی کۆکردنہوہی هه موو به های بینہرہکانی بژاردن (x_1, x_2, \dots, x_n) دەبیّت، که وەرگیراوه له کۆمەلگای دیاردەیک له دیاردەکانهوه، ئەمەش بەسەر قەبارەیی ئەو بژاردەیکە دابەش، بۆیە (\bar{x}) نیوہنجی هه ژمارکردنی بژاردە که بریتییە لە :-
دەکریت

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \dots \quad (4.1)$$

مەزەندەیکەکی نامتخیزه بۆ تیکرای بینەرانی کۆمەلگا، (\bar{x}) نیوہنجی هه ژمارکردن وەرەگریت، که بژاردەیی تیدا دیاری کراوه، تیکرای کۆمەلگاش هێمای (μ) و دەتوانریت له میانہی ئەم دەقە ژمار بکریت:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad \dots \quad (4.2)$$

نموونه (1.4): گریمان ئەم داتایانەیی خوارەووت هەیکە، که بریتییە لە نمرەیی بژاردەیی قوتابیان که ژمارەییان (15) قوتابییه لهوانەیی ئابووری، داواکاری نیوہنجی نمرەیی قوتابیان بدۆزەرەوہ :-

x_i	65	66	58	56	75	43	25
	56	90	78	32	59	35	42
							80

شیکار:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{15} (65 + 66 + \dots + 80) = \frac{860}{15} = 57.3333$$

ئەمەش مانای ئەوہیکە، که نیوہنجی نمرەیی قوتابیان لهوانەیی ئابووری بریتییە لە (57.3333) ئینجا ئەگەر داتاگانمان بەشیوہی بەرز بۆوہ ریکخست، ئەوا به های (\bar{x}) دەکەوێتە ناوہ راستی داتاگانەوہ .

نمونه (2.4) : ئەم داتایانەی خواریوە، بریتییه لە ژمارەی بژاردەی ئەندامانی خێزان،
 کە ژمارەبیان (10) خێزانە:

x_i	3	7	8	12	8	2	5	6	5	4
-------	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---

داواکاری: نۆهنجی ژمارەی ئەندامانی خێزان بدۆزەرەوه.
شیکار:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{10} (3 + 7 + \dots + 4) = \frac{60}{10} = 6$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە ژمارەی ئەندامانی خێزان بریتییه لە (6) کەس .

نمونه (3.4) : ئەم داتایانەی خواریوە بریتییه لە داھاتی مانگانە (بەهەزار دینار) بۆ
 بژاردەیەك کە بریتییه لە (6) خێزان لەشاری هەولێر بەم شیۆەی خواریوە :-

y_i	300	800	1200	790	200	500
-------	-----	-----	------	-----	-----	-----

داواکاری : نۆهنجی هەژمارکردنی داھاتی مانگانەیی ئەو بژاردەییە بدۆزەرەوه.
شیکار:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{6} (300 + 800 + \dots + 500) = \frac{3790}{6} = 631.6667$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە نۆهنجی داھاتی مانگانەیی ئەو خێزانانەیی بژاردەکە بریتییه لە
 (631.6667) دینار .

ب- نۆهنجی هەژمارکردنی داتا پێزکراوەکان :-

نۆهنجی داتا پێزکراوەکان لە میانەی هەژمارکردنی سەنتەری توێژەکان (x_i) دەبیّت،
 ئینجا هەریەکەیان جارانی دووبارە بوونەکانی بەرامبەرییان دەکریّت (f_i) دواي ئەوە
 ئەنجامەکان کۆدەکریّنەوهو دابەش دەکریّت بەسەر سەرجهمی دووبارەبوونەکان، واتە :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i} \quad \dots \quad (4.3)$$

نمونه (4.4) :- ئەم خستەيەي خوارەوہ پری بەرھەم (بە پارچە) بۆ پەنجا کرێکار لە

کارگەي مەولێرو ژمارەي کرێکاران بۆ ھەرتویژێک لەتویژەکان نیشان دەدات :-

تویژي	-100	-110	-120	-130	-140	-150	-160	-170
بەرھەم								180
ژمارەي کرێکار	4	7	8	10	7	6	5	3

داواکاری :- نۆوہنجی بەرھەمداری کرێکار بە پارچە دیاربکە .

شیکار :- یەکەمجار ھەڵدەستین بە دروست کردنی خستەيەک، کەتویژي بەرھەم لەبەرانبەر ژمارەي کرێکار (f_i) نیشان دەدات، ئینجا ھەژماری سەنتەري تویژەکان لەم میانی دا دەکەین :-

- سەبارەت بەسەنتەري تویژي یەکەم بریتییه لە :-

$$x_1 = \frac{L.L + U.L}{2} = \frac{100 + 110}{2} = 105$$

- سەبارەت بەسەنتەري تویژي دووہم بریتییه لە :-

$$x_2 = \frac{L.L + U.L}{2} = \frac{110 + 120}{2} = 115$$

بەم شیوہيە بۆ ئەوانی تر... ھەر لەمیانی ئەم خستەيە دا ھەژماری جارانی سەنتەري تویژەکان بۆ دووبارەبوونەکانی بەرانبەرییان بە دیار دەکەوێت، کە لەم خستەيە پوون کراوہتوہ :-

تویژي بەرھەم	دووبارەکان f_i (ژمارەي کرێکار)	سەنتەري تویژەکان x_i	$f_i x_i$
100-	4	105	420
110-	7	115	805
120-	8	125	1000
130-	10	135	1350
140-	7	145	1015
150-	6	155	930
160-	5	165	825
170-180	3	175	525
سەرچەم	50		6870

بۆيە:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{\sum_{i=1}^8 f_i x_i}{\sum_{i=1}^8 f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_8 x_8}{f_1 + f_2 + \dots + f_8}$$

$$= \frac{(4) \cdot (105) + (7) \cdot (115) + \dots + (3) \cdot (175)}{4 + 7 + \dots + 3} = \frac{6870}{50} = 137.4$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، كە نۆهەنجى بەرھەمى كرىكار برىتییە لە (137.4) پارچە .

نموونه (5.4) :- بە پشت بەستن بە خستەى نموونەى (1.2) بۆ لىكۆلینەووە لە كرى

كرىكارى پۆژانە (بەهەزار دینار) بۆ كە رستەى بىناسازى، بەم شێوەى خوارەوہ :-

رەنجەرى تويز	تويزەكان (كرى)	دووبارەكان f_i (ژمارەى كرىكار)	سەنتەرى تويزەكان x_i
1	29-26	5	27.5
2	33-30	12	31.5
3	37-34	11	35.5
4	41-38	9	39.5
5	45-42	5	43.5
6	49-46	3	47.5

داواكارى :- نۆهەنجى كرىى پۆژانە بۆ كرىكارانى ئەو كارگەرە بەدۆزەرەوہ ؟

شیکار :- لە میانەى خستەى دووبارەى، دەتوانرێت نۆهەنج بەم شێوەیە

هەژماربکریت:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{\sum_{i=1}^6 f_i x_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_6 x_6}{f_1 + f_2 + \dots + f_6}$$

$$= \frac{(5) \cdot (27.5) + (12) \cdot (31.5) + \dots + (3) \cdot (47.5)}{5 + 12 + \dots + 3} = \frac{1621.5}{45} = 36.0333$$

نۆهەنجى كرىى پۆژانەى كرىكاران برىتییە لە (36.0333) هەزار دینار

نمونه (6.4) :- به پشت به ستن به خشته ی دوباره یی نمونه ی (2.2) بۆ داتاكان، كه بریتیه له بپی به ره می گه نم بۆ هر دۆنمێك له (60) پارچه زهوی كشتوكالی، داواکاری هه ژماره ی نۆه نجی بپی به ره می گه نم بۆ یهك دۆنم بکه ؟

شیكار :- له میانه ی خشته ی دوباره یی نمونه ی (2.2) ده توانریت ئه مه ی خواره وه به ده ست به یتریت .

$f_i x_i$	x_i سه ته ری تو یژم كان	دووباره كان f_i (ژماره ی پارچه زهوی)	تو یژم كان (بپی به ره می گه نم به تهن)
22.27	22.27	1	26.70-17.83
435.82	31.13	14	35.56-26.70
780	39.00	20	44.42-35.56
390.88	48.86	8	53.28-44.42
404.11	57.73	7	62.15-53.28
399.54	66.59	6	71.02-62.15
301.84	75.46	4	79.88-71.02
2734.46		60	سه ره جه م

هه ره وه له میانه ی خشته ی دوباره یی، ده توانریت نۆه نج به م شیوه یه هه ژماره یتریت :-

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{\sum_{i=1}^7 f_i x_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_7 x_7}{f_1 + f_2 + \dots + f_7} \\ &= \frac{(1) \cdot (22.27) + (14) \cdot (31.13) + \dots + (4) \cdot (75.46)}{1 + 14 + \dots + 4} = \frac{2734.46}{60} = 45.5743\end{aligned}$$

ئه مه ش مانای ئه وه یه، كه نۆه نجی بپی به ره می گه نم له یهك دۆنمدا بریتیه له (45.5743) تهن .

تییینی :- ئه م پرگایه یی سه ره وه ده توانریت له دۆخی به كسانی در یژه ی تو یژم كان و دۆخی نایه كسان به كارد ه یتریت، له گه ل بوونی جۆری دیکه، كه بوار نییه لیتره دا بیخه ینه پوو .

لایه‌نی پۆزه‌تیف و نینگه‌تیفه‌کانی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن :-

ئه‌مه‌ش لایه‌نی پۆزه‌تیف و نینگه‌تیفی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن ده‌خاته‌ پوو :-

1- لایه‌نی پۆزه‌تیفی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن :-

لایه‌نه‌ باشه‌کانی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن به‌م خالانه‌ ده‌ناسرێته‌وه :-

1- بېروکه‌که‌ی سادده‌یه‌و به‌ئاسانی هه‌ژمارده‌کریت .

2- هه‌موو داتا‌کان وهرده‌گریت و له‌ هه‌ژمارکردن له‌ به‌رچاوییان ده‌گریت .

3- ده‌توانریت هه‌ژمار بکریت به‌ پشت به‌ستن به‌کرده‌ی جه‌بری .

ب- لایه‌نه‌ نینگه‌تیفه‌کانی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن :-

نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن ئهم‌ خه‌وشانه‌ی خواره‌وه‌ی هه‌یه :-

1- ناتوانریت دیاری بکریت، به‌سه‌یرکردن بۆ داتا‌کان یان به‌شیوه‌ی ئه‌ندازه‌یی .

2- ناتوانریت هه‌ژماری داتا باسه‌نییه‌کان بکریت، که‌ قابیلی رێکخستن نیین (به‌ناو -

Nominal) وه‌ک :- په‌گه‌ز، نه‌ته‌وه .

3- ناتوانریت ژمار بکریت له‌کاتی بوونی به‌های نادیار، ته‌نیا دوا‌ی مه‌زنده‌کردنی نه‌بیت .

4- زۆر به‌ به‌ها شازه‌کان و لایه‌نی شازه‌کان کارپێگاردنه‌بیت .

خه‌سله‌ته‌کانی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن :-

1- سه‌رجه‌می لادانی به‌های گۆپاو (x)

له‌ نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن، که‌تیایدا ژمارکراوه‌، په‌کسان ده‌بیت به‌ سفر، واته :-

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i - n \bar{x}$$

$$= n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

2- سه‌رجه‌می دوو‌جای لادانی به‌های (x)

له‌ نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن ، که‌تیایدا هه‌ژمارکراوه‌، ئه‌وا که‌مه‌تر ده‌بیت ، واته :-

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 < \varepsilon$$

3.4- نیوهنجی هه ژمارکردنی کیشکراو :- Weighted Mean

نۆر له دۆخهكان، هه ندیک له پیکهاته گرینگی له پیکهاتهی دیکه زیاتره، ئەمەش پێویست دهکات لهکاتی دهرهتانی نیوهنجی هه ژمارکردن له بهر چاو بگیریته، بۆ نمونه له کاتی ژماردنی تیکرایی نمرهکانی قوتابییهکی دهرچوو له کۆلیژ، پێویست دهکات ژماره ی کاتژمێرهکانی ههفته بۆ ههروانهیهک له وانهکان بۆ ژمارکردنی تیکرایی قوتابی له بهرچاو بگیریته، ئەمەش مانای کرده ی کیش کردن دهگهیهنیت، که گرنگی ههیه که یان دیار دهکات، ئەو کیشانهش نۆرچار له مهوپیش دیاریکراوه، دهتوانریت هه ژمار ی داتا ناپیزکراوهکان و داتا پیزکراوهکان بکریته ئەویش بهم شێوهی خوارهوه :-

1- نیوهنجی هه ژمارکردنی کیشکراوی داتا نا پیزکراوهکان :

گریمان که (x_1, x_2, \dots, x_n)

بریتییه له پێوانه ی بژاردهیهک بۆ دانهکانی ، که ژماره یان (n)

له داتا نا پیزکراوهکان، ئەمانهش (w_1, w_2, \dots, w_n)

بریتییه له کیشی ئەو داتایانه، ئەوکاتهش نیوهنجی هه ژمارکردنی کیشکراو بهم شێوهیه پێناسه دهکریته :-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad \dots (4.4)$$

له مه ی پێشوو سه رنجی ئەوه دهدریته، که نیوهنجی کیشکراو، ئەمەش دۆخیکی نۆر گشتگیره له نیوهنجی هه ژمارکردنی ئاسایی، واته نیوهنجی هه ژمارکردنی ئاسایی بریتییه له دۆخیکی تایبهتی یه له نیوهنجی هه ژمارکردنی کیشکراو، کاتیکی سهیری هه موو تاکهکانی به هه مان گرنگی (کیش) دهکهن.

بۇگريمان :-

$$w_i = w \quad i.e \quad w_1 = w_2 = \dots = w_n = w \quad \forall \quad i$$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n w x_i}{\sum_{i=1}^n w} = \frac{w \sum_{i=1}^n x_i}{w \sum_{i=1}^n 1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}$$

تېببىي ئۈنۈم دەرىجىسى، كە ئىنچىلىق كۆتۈرۈش بىر تىپىيە لە نۆۋەنچى ھەژمار كىردى ئاساسىيە .
نمونه (7.4) :- ئۈنۈم خوارەۋە بىر تىپىيە لە نۆۋەنچى بەككە لە قوتابىيەن بەشى ئابۋورى
 يە بۇ ۋانەكانى بە پىيى كاتىزىمىرەكانى ھەفتە بۇ ھەروانەيەك لە ۋانەكان، ئۈۋىش بەم
 شىۋەى خوارەۋە :-

70	87	86	84	88	75	80	52
3	3	3	3	3	2	2	2

داۋاكارى :- نۆۋەنچى ھەژمار كىردى كىشى كراۋ بىدۆزەۋە .
شىكار :- سەرنجى ئۈنۈم دەرىجىسى، كە جىۋاۋى لە ژمارەى كاتىزىمىرەكانى ھەفتانە بۇ
 ھەروانەيەك دىيارىكراۋە، بۆيە پىۋىست دەكات نۆۋەنچى ھەژمار كىردى كىشى كراۋ
 بىدۆزەۋە بەم شىۋەى خوارەۋە :-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{(3 \times 70) + (3 \times 87) + \dots + (2 \times 52)}{3 + 3 + \dots + 2} = \frac{1659}{21} = 79$$

ئۈنۈم ماناى ئۈنۈم، كە تىكپى قوتابىيەك بىر تىپىيە لە نۆۋەنچى (79)، لە بەرامبەر ئۈنۈم،
 ئەگەر بىتو ژمارەى كاتىزىمىرەكان لە بەرچاۋ نەگىرپىت (لە راستىدا ئۈنۈم ھەلەيە)
 بەمەش تىكپى نۆۋەنچى قوتابى بە پىيى دەقى ئاساسى بىر تىپىيە لە (77.75)، سەرنجى
 ئۈنۈم دەرىجىسى، كە جىۋاۋى گەۋرە لەگەل تىكپى كىشى كراۋ ھەيە .

نمونه (8.4) :- ئەمەش مووچەى مانگانەى (هەزار دینار) ى ھەموو فەرمانبەرەکانى زانکۆى سەلاحەددین .

جۆرى کار	ژمارەى فەرمانبەران	داھاتى مانگانە
کارگیرى	95	2340
نەکادیمیەکان	180	1800
ھونەرى	253	850
خزمەتگوزارى	67	350

داواکاری :- تیکرپای داھاتى مانگانەى فەرمانبەرانى زانکۆى سەلاحەددین ھەژمار بکە ؟
 شیکار :- دەتوانریت تیکرپای داھاتى مانگانەى فەرمانبەرانى زانکۆى سەلاحەددین بەم جۆرە ھەژمار دەکریت:-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{(95 \times 2340) + (180 \times 1800) + (253 \times 850) + (67 \times 350)}{95 + 180 + 253 + 67}$$

$$= \frac{784800}{595} = 1318.9916$$

ب- نیۆەنجى ھەژمارکردنى کیشکراو بوڊاتا ریزکراوہکان:-

دەتوانریت نیۆەنجى کیشکراو بوڊاتا ریزکراوہکان لەمیانەى ئەم دەقەى خواروہ دەبیٹ:-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^m w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^m w_i f_i} \quad \dots (4.5)$$

نمونه (9.4) :- ئەمەى خواروہ بریتییە لە داہەشکردنى دووبارەى بەرھەمى پۆژانە بوڊ کارگەى جگەرەى ھەولێر، کە داہەشکراوہ بەپێى ژمارەى کارگەو ژمارەى کاتژمێرەکانى کارکردن، بەپێى جۆرى مەکینەکانى ئەو کۆمپانیایە بەم شیۆەى خواروہ :-

توزیهمکانی بهرهم (بری بهرهم به تن)	ژمارهی مهکینهکان	ژمارهی کاتژمیری کارکردن
4-	8	12
8-	10	10
12-	12	12
16-	6	8
20-24	4	8

داواکاری :- نپوهنجی بهرهممداری هر مهکینهیهکی نهو کارگیه هه ژمار بکه ؟
شیکار :- بۆ هه ژمارکردنی نپوهنجی بهرهممداری یهک مهکینه پتویستمان بهدروست کردنی نهو خستهیه ده بیئت :- بۆیه نپوهنجی بهرهممداری یهک مهکینه بهم شپوهی خواره ده بیئت :-

توزیهمکان	ژمارهی مهکینهکا (دووبار مکان) f_i	کاتژمیری کارکردن (کیشهکان) w_i	سهتهتری توزیهمکان x_i	$w_i f_i$	$w_i f_i x_i$
4-	8	12	6	96	576
8-	10	10	10	100	1000
12-	12	12	14	144	2016
16-	6	8	18	48	864
20-24	4	8	22	32	704
سدرهم	40			420	5160

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^m w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^m w_i f_i} = \frac{\sum_{i=1}^5 w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^m w_i f_i} = \frac{5160}{420} = 12.2857 \quad \text{تن}$$

تیبینی :- سه بارهت به لایه نه نیگه تیف و پۆزه تیف و خسه له تهکانی نپوهنجی هه ژمارکردنی کیشکراو، به ته واوهتی هاوشپوهی نپوهنجی هه ژمارکردنی ئاساییه.

4.4: نپوهنجی هاوکۆکی :- Harmonic Mean

نپوهنجی هاوکۆکی له هه ژمارکردنی تیکرای نرخى ئالوویری بیانی له بهرامبه ر دراوه بیانییهکانی دیکه به کار دههینریت، یان له دۆزینه وهی نپوهنجی تیکرای زه مه نه جیا جیاکانی وهک (ژمارهی یهکهکانی بهرهمهینراو له کارگیهیهکی دیاریکراو له ماوهیهکی دیاریکراو دا)، یان (له دۆزینه وهی ناوهندی خویندنه وهی کۆمه لێک له که سهکان به به لگی ژمارهی وشهکان له خوله کیکدا به کار دههینریت) ... هتد، ده توانریت له دۆخی داتا نامبه وه بهکان و داتا مبه وه بهکان به کار بهینریت، نهویش بهم شپوهی خواره وه :-

ا- نپوه نجى هاوكوكى بۇ داتا نا ريزكراوكان :-

ئەمەش برىتتېيە لەسەر اوڭىرى نپوه نجى ھەژمار كىردن بۇ سەر اوڭىرى بە ھاكانى دەقى گشتى برىتتېيە لە :-

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \quad \dots \quad (4.6)$$

تېيىنى :- بە ھاى بىنەرەكان (x_i) پىتويستە يەكسان نەبىت بەسفر

نمونه (10.4) :- نپوه نجى هاوكوكى بۇ ئەم داتايانەى خوارەو بەدۆزەرەو :-

x	4	5	3	4	7	8	5	10
---	---	---	---	---	---	---	---	----

شېكار :-

يەكەم جار سەر اوڭىرى بە ھاكان بەدۆزەرەو، ئەويش بەم شىوہى خوارەو :-

$$\frac{1}{x_i} = 0.25 \quad 0.2 \quad 0.33 \quad 0.25 \quad 0.14 \quad 0.13 \quad 0.2 \quad 0.1$$

ئەوا نپوه نجى هاوكوكى بەم شىوہى دەبىت :-

$$\therefore H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{8}{\sum_{i=1}^8 \frac{1}{x_i}} = \frac{8}{0.25 + 0.2 + \dots + 0.1} = \frac{8}{1.6} = 5$$

ب- نپوه نجى هاوكوكى بۇ داتا ريزكراوكان :-

دەتوانرېت نپوه نجى هاوكوكى بۇ داتا ريزكراوكان كەتويژ يان يەكسانە يان يەكسان نپوه ھەژمار بكرېت، ئەويش بەپىى ئەم دەقى خوارەو :-

$$H = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{\sum_{i=1}^m \frac{f_i}{x_i}} \quad \dots \quad (4.7)$$

نمونه (11.4) :- نپوه نجى هاوكوكى بۇ دابەشكرىنى دوپارەى بەم شىوہى

خوارەو بەدۆزەرەو :-

تویژەکان	دوو یارەکان
50-	16
60-	20
70-	24
80-	12
90-	8
100-110	6

بۆ هەژمارکردنی نۆڤەنجی هاوکۆکی دەتوانرێت خستە بەم شیوەیە دروست بکەیت :-

تویژەکان	سەنتەری تویژەکان x_i	دوو یارەکان f_i	$\frac{f_i}{x_i}$
50-	55	13	0.2364
60-	65	18	0.2769
70-	75	25	0.3333
80-	85	12	0.1412
90-	95	7	0.0737
100-110	105	5	0.0476
سەرچەم		80	1.1091

لە میانەی ئەم خستە یەدا دەتوانرێت نۆڤەنجی هاوکۆکی بەم شیوەیە هەژمار بکەیت :-

$$H = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{\sum_{i=1}^m \frac{f_i}{x_i}} = \frac{\sum_{i=1}^6 f_i}{\sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{x_i}} = \frac{80}{1.1091} = 72.1306$$

لایەنی پۆزەتیڤ و نێگەتیڤی نۆڤەنجی هاوکۆکی :-

ئەمەى خوارەوه بریتییه له گرنه‌گرتین لایه‌نه نێگه‌تیڤ و پۆزه‌تیڤه‌کانی نۆڤه‌نجی هاوکۆکی :-

١- لایه‌نه پۆزه‌تیڤه‌کان :-

پنوهی نیوهنجی هاوکۆکی به ژمارهیهك لایهنی پۆزه تیف ده ناسریتتهوه، له وانه:-
1- بیرۆکهی سادهیه .

2- هه موو داتاكان له کاتی هه ژمارکردن له بهرچاوه ده گزیت .

3- ده توانریت هه ژماربکریت به پشت به ستن به کرده کانی جه بری .

ب- لایه نه نیکه تیفه کان :-

خه وشه کانی نیوهنجی هاوکۆکی بریتیه هه له

1- تۆزیک قورسی له هه ژمارکردنی هه یه .

2- ناتوانریت هه ژماری داتا باسه نییه کانی پی بکریت، که قابیلی ریکخستن نین .

3- ناتوانریت هه ژماربکریت ئه گه به های بزر بوی تیدابوو، ته نیا دواي مه زنده کردنی نه بیست .

4- زۆرکارپگار ده بیست به داتا شازه کان و لایه نی شازه کانه وه .

5- ناتوانریت هه ژماربکریت، کاتیک یه کیک له به های داتاكان یه کسان بیست به سفر، یان سه نته ری تویره که یی یه کسان بیست به سفر .

5.4 :- نیوهنجی دووجا :- Quadratic Mean

ده توانریت له هه ردوو دۆخی داتا نا ریزکراوه کان و دۆخی داتا ریزکراوه کان به م شیوه یه بدۆزه ره وه :-

1- نیوهنجی دووجا بۆ داتا نا ریزکراوه کان :-

نیوهنجی دووجای بۆ داتا نا ریزکراوه کان بریتیه له په گی دووجای کۆ بۆ نیوهنجی دووجای به های بینهران، واته :-

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad \dots \quad (4.8)$$

نموونه (12.4) :- نیوهنجی دووجای پله ی گه رمای شاری هه ولیتر له وه رزی زستان بۆ

ماوه ی حه وت پۆژی له دوایه ك بدۆزه ره وه :-

x_i	4	5	3	-2	-1	0	1
-------	---	---	---	----	----	---	---

شیکار :-

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 x_i^2}{7}} = \sqrt{\frac{4^2 + 5^2 + \dots + 1^2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{56}{7}} = \sqrt{8} = 2.8284$$

واته نۆپه نجي دووجاي پلهي گهرماي شاري هولتر بۆ ئه و ماوه يه برتتييه له (2.8284) پلهي سه دي .

ب- نۆپه نجي دووجاي بۆ داتا ريزگراوه كان :-

ده توانرئ نۆپه نجي دووجاي بۆ داتا ريزگراوه كان له ميانهي ئه م ده قه بخه ينه پوو :-

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^m f_i}} \quad \dots \quad (4.9)$$

نمونه (13.4) :- نۆپه نجي دووجا بۆ خشتهي دووبارهيي به م شۆپه يه :-

دووباره كان f_i	تۆيزه كان
5	10-
6	20-
8	30-
7	40-
4	50-60

شیکار :- بۆ دۆزینه وهی نۆپه نجي دووجا ده توانرئ ئه م خشته يه دروست بکړئ :-

$f_i x_i^2$	دووباره‌کان f_i	x_i^2	سه‌تتہری تویژہ‌کان x_i	تویژہ‌کان
1125	5	225	15	10-
3750	6	625	25	20-
9800	8	1225	35	30-
14175	7	2025	45	40-
12100	4	3025	55	50-60
40950	30			سەرچەم

بۆیە نۆیەنجی دووجا بریتییە لە :-

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^m f_i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^5 f_i}}$$

$$= \sqrt{\frac{40950}{30}} = \sqrt{1365} = 36.9459$$

تایببینی :- لایەنە پۆزەتیڤ و نینگەتیڤەکانی بەتەواوەتی هاوەشیوەی نۆیەنجی هاوکۆکیە تەنیا ئەو نەبێت دەتوانرێت هەژمار بکری، ئەگەر بەهای بێنەرانی سفر بێت.

6.4 :- نۆیەنجی ئەندازەیی - Geometric Mean

نۆیەنجی ئەندازەیی بۆ لیکۆلینەوهی دانیشتوان زۆر گرنگە، بەتایبەتی کاتیگ هەژماری تیکرای گەشەکردنی دانیشتوان دەکری، هەروەها لە پیکهینانی ژمارە پێوانەییەکانەوه، دەتوانرێت لەدۆخی داتا پیزکراوەکان هەژمار بکری، ئەویش بەم شیوەی خوارەوه :-

أ- نۆیەنجی ئەندازەیی بۆ داتا نا پیزکراوەکان :-

بەو پێناسە دەکری، بریتییە لە پەگی موجهی پیزبەندی (n) بۆ جارانی پێوانەیی کۆمەلەی بێنەرانی بەیەکتیریەوه، واتە :-

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} \quad \dots \quad (4.10)$$

دەتوانریت بەرپښایه کی دیکه ش بدۆزیتەوه، ئەویش له میانە ی وهگرتنی لۆگاریتم له سه ر بنچینه ی (10) به م شتیه ی خواره وه :-

$$\begin{aligned} \log_{10} G &= \log_{10} \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log_{10} x_i \end{aligned}$$

$$G = \text{anti} - \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log_{10} x_i \right) \quad \text{به مه ش ئەوا:}$$

نمونه :- (14.4) :- نپوهنجی ئەندازهیی بۆ ئەم داتاایانه بدۆزەر وه :-

x_i	5	10	15	20	25
-------	---	----	----	----	----

شیکار :-

$$\begin{aligned} G &= \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} \\ \therefore G &= \sqrt[5]{5 \times 10 \times \dots \times 25} = \sqrt[5]{375000} \\ &= (375000)^{\frac{1}{5}} = 13.0259 \end{aligned}$$

یان شیکار به پښایه کی دیکه :-

$$\begin{aligned}
G &= anti - \text{Log}_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{Log}_{10} x_i \right) \\
&= anti - \text{Log}_{10} \left(\frac{1}{5} (\text{Log}_{10}(5) + \text{Log}_{10}(10) + \dots + \text{Log}_{10}(25)) \right) \\
&= anti - \text{Log}_{10} \left(\frac{1}{5} (0.699 + 1 + \dots + 1.3979) \right) \\
&= anti - \text{Log}_{10} \left(\frac{1}{5} (5.574) \right) \\
&= anti - \text{Log}_{10} (1.1148) = 13.0259
\end{aligned}$$

ب- نپوهنجی نه نډازه یی بو داتا ریزکراوه کان :-

ده توانریت نپوهنجی داتا ریزکراوه کان له میانه یی شه م ده قه ی خواره وه به ده ست بهینریت :-

$$G = \sum_{i=1}^m f_i \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m x_i^{f_i}} = \left(\prod_{i=1}^m x_i^{f_i} \right)^{\frac{1}{n}} ; \quad n = \sum_{i=1}^m f_i \quad \dots \quad (4.12)$$

هه روه ها ده توانریت به پړگایه کی دیکه ش له میانه یی لوگاریتمی بنچینه ی (10) به م شپوه به ده ربهینریت :-

$$\log_{10} G = \frac{1}{n} \log_{10} \left(\prod_{i=1}^m x_i^{f_i} \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i \log_{10} x_i$$

$$\therefore G = anti - \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i \log_{10} x_i \right) \quad \dots \quad (4.13)$$

نمونە (15.4) :- نۆۋەنجى ئەندازەىى بۆلەم خىستە دووبارەىى خوارەۋە

بەۋزەرەۋە :-

تۈزۈمكەن	دووبارە f_i
0-	2
10-	4
20-	5
30-	6
40-50	3

شېكار :- بۆلۈزىنەۋەىى نۆۋەنجى ئەندازەىى بۆلەم مەۋەبەكەن ئەم خىستەىە درۈست

دەكەىن :-

تۈزۈمكەن	سەنتەرى تۈزۈمكەن x_i	دووبارە f_i	$\log_{10} x_i$	$f_i \log_{10} x_i$
0-	5	2	0.699	1.3980
10-	15	4	1.1761	4.7044
20-	25	5	1.3979	6.9895
30-	35	6	1.5441	9.2646
40-50	45	3	1.6532	4.9596
المجموع		20	40950	27.3161

بۆلەم نۆۋەنجى ئەندازەىى بىرىتىيە لە :-

$$\begin{aligned}
 G &= anti - \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i \log_{10} x_i \right) \\
 &= anti - \log_{10} \left(\frac{1}{20} \sum_{i=1}^5 f_i \log_{10} x_i \right) \\
 &= anti - \log_{10} \left(\frac{27.3161}{20} \right) = anti - \log_{10}(1.3658)
 \end{aligned}$$

$$\therefore G = 23.2167$$

تېيىنى :- دەتوانرېت نېۋەنجى ئەندازەىى بىدۆزىتتەۋە، كاتىك درىژى تويژەكان يەكسان بېت، ھەتا ئەگەر يەكسانىش نەبن، سەبارەت بەلايەنە پۆزەتيف و نىگەتيفەكانەۋە، ئەۋا بەتەۋاۋەتى ھاۋشىۋەى نېۋەنجى ھاۋكۆكىيە، تەنيا ئەۋە نەبېت ناتوانرېت ھەژمار بىكرېت كاتىك بەھاي لەبىنراۋەكان بە سالىب بېت .

7.4 :- بەھا زۆر دووبارەبوۋەكان : (The Mode)

مەنۋال برىتتيە لەۋ بەھايەىى، كەزۆر لە بىنراۋەكانى تر دووبارەدەبېتتەۋە، يان ئەۋ سىفەتەى كە زۆر بلاۋە، بۆيە ۋا باشە كاتىك داۋاكارى زانىنى ئارەزۋى بەكاربەر لەبارەى كالايەكى دىيارىكراۋ بزانرېت پەنا بۆ ئەم پېۋەرە بېرېت، ھەرۋەھا دەتوانرېت لەدۆخى داتا رېزىكراۋەكان و نا رېزىكراۋەكان بەدەست بەيئىرېت ئەۋىش بەم شېۋەى خوارەۋە :-

أ- مەنۋال بۇداتا نا رېزىكراۋەكان :- مەنۋال برىتتيە لەۋ بەھايەىى كە زۆر دووبارە دەبېتتەۋە لەنېۋكۆمەلە داتايەكى بىژاردەدا، ئىنجا ئەگەر بېتتەۋە بەھاي چەندبارەكان بەھەمان ژمارەى دووبارەكان بېت، ئەۋا لەم دۆخەدا مەنۋال نىيە، لەبەرامبەردا يەك مەنۋال يان زىاترە لەيەك مەنۋالمان لەداتاي بىژاردەيەك دەبېت، ئەۋىش ئەگەر بېتتەۋە چەند بارەيەك بۆ يەك بەھا يان زىاتر بەھەمان ژمارەى دووبارەكان ھەبېت.

نمونه (16.4) پېشانگاي شېشار بۆ ئۆتۆمبېل فرۆشتەكانى لە ئۆتۆمبېلى فۆرد لەماۋەى پابردوۋ بەپىى ئەۋ پەنگانەى خوارەۋە بوۋە :-

سۈر	سپى	رەش	سپى	زەرد
سپى	رەش	سۈر	سپى	سەۋز

داۋاكارى :- زانىنى مەنۋال ۋ چ رېنمايەك دەداتە ئەۋ كۆمپانىيە ؟

شېكار :- لەميانەى فرۆشتەكان سەرنجى ئەۋە دەدرېت، كە ئۆتۆمبېلى سپى نۆرتىن چەندبارەى ھەبوۋە (چۈر جار دووبارە بۆتەۋە) بەبەراۋرد بەپەنگەكانى دىكە، بۆيە مەنۋال برىتتيە لە ئۆتۆمبېلى پەنگ سپى و پىنمايى دەداتە ئەۋ كۆمپانىيە، كە زىاتر ئۆتۆمبېلى پەنگ سپى بەيئىت، چۈنكە فرۆشتى زىاترە .

نمونه (17.4) :- مەنۋال بۆ ئەم داتايانەى خوارەۋە بىدۆزەرەۋە :-

x_i	5	4	3	5	2	6	5	3	7	4	5
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

شیکار:- له میانه ی ئه م داتا یانه ی خواره وه سه رنج ده ده یه که مه نوال بریتیه له (5)

چونکه چوار جار دووباره بوته وه به به راورد به به ها کانی تر.

نموونه (18.4):- مه نوالی ئه م داتا یانه ی خواره وه بدۆزه وه :-

x_i	1	2	3	5	7	10
-------	---	---	---	---	---	----

شیکار:- مه نوال بوته م داتا یانه ی سه ره وه نییه، چونکه ژماره ی چهند جار بووه ی تیدا نییه.

ب- مه نوال بو داتا ریزکراوه کان :-

چهند پێگایه ک بو مه ژمارکردنی مه نوالی داتا ریزکراوه کان هیه، ئه ویش به پی ی جۆره کانییه وه، لی ره دا ئاسانترین پێگا ده خه یه پوو، مه نوال بریتیه له و به هایه ی که نوینه رایه تی سه نته ری تو یژی به رامبه ری گه و ره ترین دووباره بوونه وه له خسته ی دووباره یی ده کات، له به رامبه ردا ژماره یه ک پێگا هیه، که ده رفه ت نییه لی ره دا بیخه یه پوو وه ک پێگای بیرسۆن... هتد.

نموونه (19.4):- مه نوالی خسته ی دووباره یی بدۆزه وه :-

تو یژ	دووباره f_i
0-	1
10-	3
20-	7
30-	5
40-50	2

شیکار:- له میانه ی ئه م خسته ی سه ره وه سه رنجی ئه وه ده ده یه، که گه و ره ترین دووباره بوونه وه بریتیه له (7)، که به رامبه ر تو یژی (20.30)، واته مه نوال یه کسانه به سه نته ری ئه و تو یژه، که بریتیه له (25)

تییینی:- مه نوال به ئاسانی مه ژمارکردنییه وه ناسراوه، هه ره ها به به های شاز و لایه نه شازه کانه وه کارپێگاران بێت، بێجگه له مانه باشت رین پتوهره بو داتا کانی جۆری باسه نی، به لام خه وشه کی له وه دایه، که هه موو داتا کان له کاتی مه ژمارکردن له به رچاو ناگریت، هه ره ها نا که ویته ژیر کارپێگاری رێسایه کی ج به ری نه گۆر له هه موو دۆخه کانی هه ژمارکردندا.

8.4: - ناوه پاست - The Median

ناوه پاست بریتیه له و بهایه یی که له پزیه ندی کۆمه له که ی ده که ویتته ناوه پاسته وه، جا ئو پزیه ندییه به شیوه ی به رزیووه، یان نزم بۆوه بیت، ده توانریت له دۆخی داتای پزیکراوه کان به م شیوه ی خواره وه بدۆزیتته وه:-

ا- ناوه پاستی داتا نا پزیکراوه کان:-

له دۆخی داتا نا پزیکراوه کان، ئه گه ربیتو ژماره ی به های (n) ژماره ی تاک بیت، ئه وکاته به های (X) دوا ی پزیه ندی، که زنجیره که ی بریتیه له $(\frac{n+1}{2})$ به لام ئه گه ربیتو به های (n) ژماره ی جووت بیت، ئه وکاته به های ناوه پاست بریتی ده بیت له ناوه ندی هه ژماره یی بۆمه ردوو به های (X) و دوا ی پزیه ندی کردنیان، که بریتیه له (n) و $(\frac{n}{2}+1)$

نموونه (20.4): ناوه پاستی نمره ی (9) قوتابی له تاقیکردنه وه یه کی دیاریکراو

بدۆزه وه، ئه ویش به م شیوه ی خواره وه:-

x	55	62	53	70	68	65	63	79	80
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

بریتیه له ژماره ی تاک، بۆیه پزیه ندی پتویست بریتیه له:-

$$5 = \frac{9+1}{2} = \frac{n+1}{2} \text{ بۆیه: ناوه ی بینهره کان}$$

53	55	62	63	65	68	70	79	80	پزیه ندی به رزیووه
1	2	3	4	5	6	7	8	9	زنجیره

واته پزیه ندی به های پینجه م بریتیه له ناوه پاست واته نمره ی (65).

نموونه (21.4): له م کۆمه له یه ناوه پاستی ته مه نی تاکه کان بدۆزه وه:-

x	20	22	19.5	26	24.5	27	28	29	18	20	23	25
---	----	----	------	----	------	----	----	----	----	----	----	----

شیکار:- ئه م به هایانه به شیوه ی به رزیووه پزیه ندی بکه:-

18	19.5	20	20	22	23	24.5	25	26	27	28	29	پزیه ندی به رزیووه
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	زنجیره

به مۆی ئه وهی (n) بریتیی له: $(\frac{n}{2} + 1 \text{ و } \frac{n}{2})$ واته $(\frac{12}{2} + 1 \text{ و } \frac{12}{2})$ واته (6) و (7) كه به های (23) و (24.5) دیار ده كه ن، بۆیه ناوه پاست بریتیی له تێكپای ههردوکیان، واته:-

$$me = \frac{23 + 24.5}{2} = 23.75 \quad \text{سان}$$

ب- ناوه پاستی داتا پیزکراوه کان :-

ده توانریت ناوه پاست بۆ داتا پیزکراوه کان له میانهی دابه شکردنی دووبارهیی بهرز بۆوه ده دۆزێته وه، ههروه ها ریزیه ندی ناوه پاست به هه ژمارکردنی نیو دووبارهیی هه مووه کی ده دۆزێته وه، دیارکردنی توێژی ناوه پاستیش، كه به رامبه ر دووبارهیی كۆکراوه ی بهرز بۆوه، كه له دوا ی ئه وه ناوه پاستی پاسته وخۆ دیت، به م یاسایه ش ده توانریت ناوه پاست بدۆزێته وه :-

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_i}{f_i} \right] \cdot w \quad \dots \quad (4.14)$$

كه:

بریتیی له نزمترین پاده بۆ توێژی ناوه پاست L_i .

بریتیی له دووبارهیی توێژی ناوه پاست f_i

بریتیی له دووبارهیی كۆکراوه یی بهرز بۆوه ی پێشوو بۆ توێژی ناوه پاست F_i

بریتیی له دریزی توێژی ناوه پاست كه م یه كه ئه گه ر بێتو گۆپاوه كه له جۆری پچر

پچر بوو. W

به لām بۆ خسته ی دابه شکردنی دووبارهیی نزمبۆوه ئه م یاسایه یی خواره وه

به کار ده هیئین :

$$Me = L_i + \left[\frac{F'_i - \frac{n}{2}}{f'_i} \right] \cdot w \quad \dots \quad (4.15)$$

بریتیی له دووبارهیی نزمبۆوه، كه به رامبه ر توێژی ناوه راسته. F'_i كه:

نمونه (22.4) ناوه پاست بۆ خشته ی دابه شبوونی دووباره یی بدۆزه ره وه، ئه ویش

له نمونه ی (4.2)، که له میانه یدا ئه مانه مان هاته ده ست:-

دووباره یی کۆکراوه ی F_i به ریزبۆوه	ادووباره f_i (ژماره ی کرێکار)	سنووری به رزی تویژه کان	زنجیره ی تویژ
5	5	30	1
17	12	34	2
28	11	38	3
37	9	42	4
42	5	46	5
45	3	50	6

شیکار:- پیزه بندی ناوه پاست بریتیه له (45) له سه ر (2) به کسانه به (22.5)،

که ده که ویته نیوان (17 و 28)، که به رامبه ر تویژی ناوه پاستی (38.34) واته:-

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_i}{f_i} \right] \cdot w$$

$$= 34 + \left[\frac{22.5 - 17}{11} \right] \cdot 3 = 35.5$$

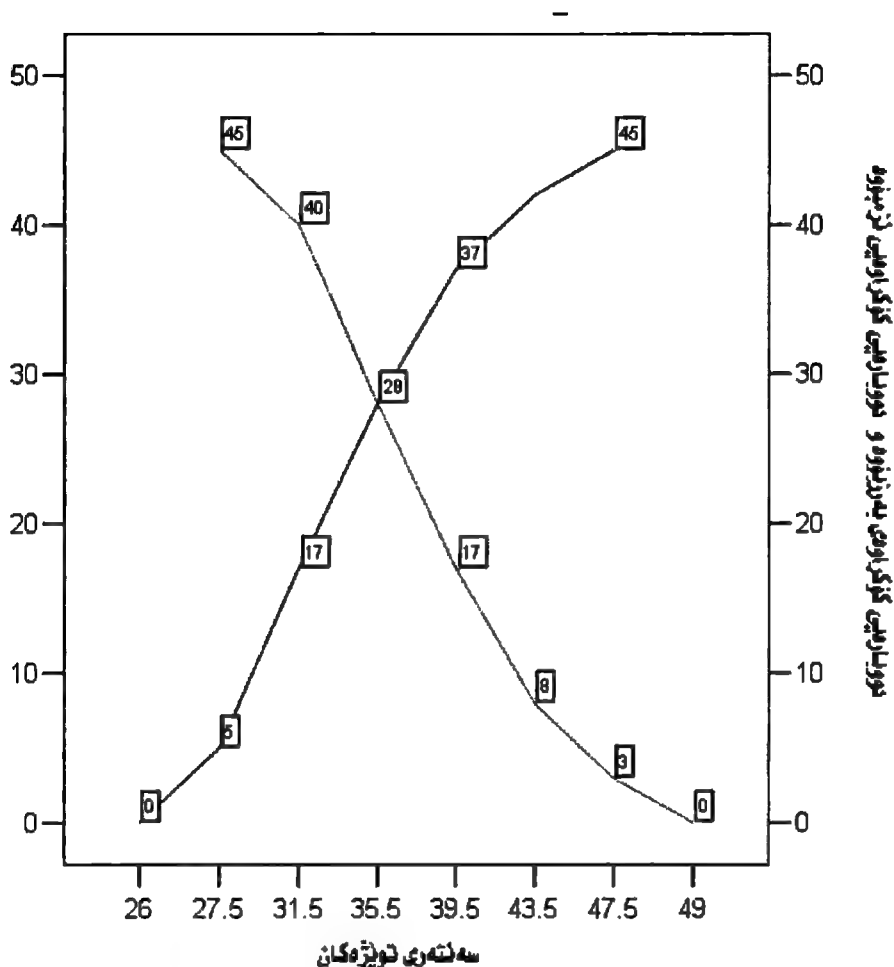
به به کاره یانی کۆکراوه ی دووباره یی نزم بۆوه:-

دووباره یی کۆکراوه ی F'_i نزمبۆوه	دووباره f_i (ژماره ی کرێکار)	سنووری نزمی تویژه کان	زنجیره ی تویژ
45	5	26	1
40	12	30	2
28	11	34	3
17	9	38	4
8	5	42	5
3	3	46	6

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F'_i}{f_i} \right] \cdot w$$

$$= 34 + \left[\frac{28 - 22.5}{11} \right] \cdot 3 = 35.5$$

هروه‌ها ده‌توانریت به‌های ناوه‌پاست له‌میانه‌ی خالی یه‌کتر برینی دووباره‌یی به‌رزبۆوه‌و دووباره‌یی نزم بۆوه دیاربکریت، که به‌رامبه‌ر (35.5) هروه‌کو له‌م هیلکاریه‌یی خواره‌وه به‌رچاو ده‌که‌ویت :-



شیوه‌ی (4.1) :- چه‌ماوه‌ی دووباره‌یی کۆکاره‌ی به‌رزبۆوه و نزمبۆوه بۆ 45 کریکار به‌ پیی کری پۆژانه له‌گه‌ڵ دیاربکردنی به‌های ناوه‌پاست

تیپینی (1) :- ناوه‌پاست به‌وه ده‌ناسریته‌وه، که کارپنگاری تابیت به‌به‌های شان، ده‌توانریت بۆبه‌های باسه‌نی بدۆزریته‌وه، و قابیلی پرزیه‌ندییه، به‌لام خه‌وشه‌که‌ی ئه‌وه‌یه

ھەموو بەھاكان لەكاتى ھەژمارکردن لەبەرچاوناگرێت، ھەرۆھا جۆرێك لەقورسێش
لەھەژمارکردنى دا ھەيە.

تێيینی (2) :- ئەگەر بێتو دابەشکردنى ھاوشێوە بێت (پەپرەوى دابەش کردنى سروشتى
بێت) ئەوا نێوەنجى ھەژمارکردن ومەنوال و ناوہ پاسەت يە کسان دەبن، ھەركاتێكیش
لەدابەشکردنى ھاوشێوەيى لێك دوور دەبن، ئەوا بەھاكانيان لێك دوور دەبێت.

راهبانی به شی چوارم

4.1: مه به ست له پیوه ره کانی ناکوکی ناوهندی چیه ؟

4.2: - نیوه نجی مه ژمارکردنی داماتی مانگانه ی بژارده یه کی وه رگپراو له کومه لگای

هه ولیتر به م شیوه یه بدۆزه ره وه :-

400	700	800	1000	900	200	500	650	950	740	520
-----	-----	-----	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

4.3: - تیگرپای پله ی گهرمای شاری هه ولیتر له ماوه ی سالیگدا هه ژماریکه ؟

30	40	45	48	35	30	28	20	18	12	10	5
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

4.4: - نه گهر بیتو به کاربردنی مانگانه ی خیزان له شه کر له شاری هه ولیتر و سلیمانی

به م شیوه یه بیت :-

12	15	12.4	13.9	10.3	9.06	2.70	5.9	6.5	7.50	7.8	هه ولیتر
9.8	10	5.9	6.8	4.8	7.9	5.8	12	13	4.9	3.4	سلیمانی

داواکاری :- ئایا تیگرپای به کاربردنی خیزانی مانگانه بو شه کر له هه ولیتر که متره

له سلیمانی ؟

5.4: - نه داتایانه ی خواره وه بپی پاره به دینار دیار ده کات، که (45) نوینه ری

فروشتن له یه کیک له هه فته کان به دهستی ده هینن :-

29	38	37	35	30	26	41	37	34
30	44	42	37	33	31	27	40	38
32	28	49	40	39	34	30	39	35
39	31	33	26	44	31	31	46	43
38	35	35	32	45	36	32	34	48

داواکاری :-

1- نه داتایانه له خشته ی دابه شکردنی دووباره یی دابنی .

2- نیوه نجی هه ژمارکردنی داتا ریزکراوه کان ژماریکه .

6.4: - نيوه نجي كرى بۆ خستهى دووياره يى له نمونه ي (1.2) هه ژماري كه :-

زنجيره ي تويژ	تويژه كان (كرى)	دووياره كان f_i (ژماره ي كريكار)
1	29-26	5
2	33-30	12
3	37-34	11
4	41-38	9
5	45-42	5
6	49-46	3

7.4: - كارگه يه ك له سى به ش پيگهاتوه، هه ر به شه و تاييه تمه نده به به ره مه ينانى

كالا يه كى ديارى كراو، ژماره ي كريكاران و نيوه نجي كرى ي مانگانه (به هه زار دينار) بۆ

هه ر به شيك به م شيوه ي خواره وه يه :-

106	80	95	ژماره ي كريكاران
99	107	110	نيوه نجي كرى

داواكارى :- نيوه نجي كرى ي مانگانه ي كريكار له و كارگه يه هه ژمار بكه ؟

8.4: - نيوه نجي هه ژمار كردنى كيشكراو بۆ نه و كۆمه له داتا يانه ي خواره وه

بدۆزه ره وه :-

ا-

x_i	10	18	15	11	19	22	20
w_i	1	4	3	2	5	7	6

ب-

x_i	-1	0	2	-2	-3	1	-4
w_i	2	4	3	5	3	2	2

9.4- نېوهنجى ھەژمارکردنى كېشكراو بۆ خىشتى دابەشكردنى دووبارەيى

بدۆزەرەوہ:-

سەنتەرى تۈيزمەن	دووبارمەن	كېشەمەن
10	16	24
20	20	20
30	24	22
40	12	10
50	8	6
60	6	8

10.4- نېوهنجى ھاوگۆكى و دووبارەيى بۆ كۆمەلەيەكى داتايانەي خوارەوہ

بدۆزەرەوہ:-

ا-

10	14	12	18	16	20	25	19	15	17
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

ب-

-4	-3	-2	1	3	-2	5	-4	-3	2
----	----	----	---	---	----	---	----	----	---

ج-

0.2	0.5	0.3	0.1	0.4	0.8	0.6	0.7
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

11.4- نېوهنجى ھاوگۆكى و دووبارەيى ئەندازەيى بۆ خىشتى دابەشكردنى دووبارەيى

بەم شىوہى خوارەوہ بدۆزەرەوہ:-

زنجىرەيى تۈيز	تۈيزەمەن	دووبارەمەن
1	5-10	4
2	10-15	10
3	15-20	13
4	20-25	8
5	25-30	5

12.4- نېوهنجى ئەندازەيى بۆنرخى لىرىك بەنزين لەمەموو شارەكانى ھەرىمى

كوردستان بدۆزەرەوہ:-

ھەونىر	600	620	650	650	700	720
سلىمانى	650	680	700	720	750	750
دھوك	580	600	590	650	680	700

13.4: - بۆ ئىككىنچى كۆمەلە داتايانەى خوارەوۈ مەنوال بىدۆزەرەوۈ: -

A	4	6	8	6	7	5	5	7	6	6	7	8	6	9	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

C	2.5	3.5	3.25	3.3	2.52	3.4	3.29	3.6	2.5	3.4
---	-----	-----	------	-----	------	-----	------	-----	-----	-----

14.4: - ئەمەى خوارەوۈ ھەئسەنگاندنى قوتاييانى بەشى ئابورىيە داواكارى مەنوال

بىدۆزەرەوۈ: .

كەوتوو	پەسەند	ناوۋەند	باشە	زۆرباشە	ناياب
10	30	35	40	25	12

15.4: - ناوۋەپاست بۆ ئىككىنچى كۆمەلە داتايانەى خوارەوۈ بىدۆزەرەوۈ.

A	2	7	9	3	10	12	22	4	7	8	20	19	18	17	5	21
---	---	---	---	---	----	----	----	---	---	---	----	----	----	----	---	----

B	پەسەند	كەوتوو	زۆرباشە	ناوۋەند	باشە	ناياب	ناوۋەند	كەوتوو	ناياب
---	--------	--------	---------	---------	------	-------	---------	--------	-------

16.4: - ناوۋەپاست بۆ ئىككىنچى داتا مېوۋەبانەى خوارەوۈ بىدۆزەرەوۈ: -

زىجىرەى تويۇ	تويۇكان (بىر بەرھەمى گەنم بەتەن)	دويارەكان f_i (ئۇمارەى پارچە زەوى)
1	26.70-17.83	1
2	35.56-26.70	14
3	44.42-35.56	20
4	53.28-44.42	8
5	62.15-53.28	7
6	71.02-62.15	6
7	79.88-71.02	4

به‌شی پینجه‌م
پیوانه‌کانی په‌رشوبلاوی

**Measures of
Variation**

1.5:- پيشه کی :-

پيٽوهری ناکوکی ناوهندی، به تهنیا ناتوانیت بیرۆکه یه کی پوون و ناشکراو ته واو له باره ی کۆمه لێک داتا بداته دهسته وه، به تایبه تی ئه وه ی په یوه ندیداره به بپی هاوشیوه یی پیکهاته ی کۆمه له یه ک، به به راورد به کۆمه له یه کی تر له داتای هه مان دیارده، بۆیه پيوانه ی په رشو بلاوی ده خوینین که بیرۆکه یه کی پوون و ناشکرا بۆ باشی ناوهنده کان ده داته دهست بۆ ئه وه ی نوینه رایه تی پیکهاته کان بکات، ئینجا ئه گهر بیتو ئه نجامی ئه وه پيٽوهره گه وره بوو، ئه وا لێک دوری له نپوان به های ئه وه کۆمه له یه به رفراوانه، بۆیه ناتوانریت پشت به ناوهنده کان بیه ستریت له نوینه رایه تی کردنی پیکهاته کانیه وه، به لام ئه گهر بیتو ئه نجامه که بچووک بوو، ئه وا به هاکان لێک نزیکن، هه روه ها له سه نته ر نزیک ده بن، بۆیه ئه وکاته ده توانریت پشت به ناوهنده کان سه باره ت به کۆمه له کانی که پیکهاته یان نزیکه له ناوه ند بیه ستریت .

2.5:- مه ودا :- Range

مه ودا ساده ترین جوړی پيٽوهره کانی په رشو بلاوییه، که ده ده توانریت هه ژمار بکریت له دوخی داتا ریزکراوه کان و داتا نا ریزکراوه کان، ئه ویش به م شیوه ی خواره وه :-

1- مه ودا بۆ داتا نا ریزکراوه کان :

به وه پێناسه ده کریت، که بریتیه له جیاوازی نپوان گه وره ترین و بچوکترین به ها له کۆمه له داتایه ک، ئه گهر بیتو (x_1, x_2, \dots, x_n) بریتی بیت له پيوانه ی بژارده یه ک، که قه باره که ی (n) و (x_i) بیت و بریتی بیت له گه وره ترین به هاو (x_s) بریتی بیت له بچوکترین به ها، ئه وکاته مه ودا ی ئه وه کۆمه له یه به م شیوه ی خواره وه ده بیت .

$$R = x_1 - x_s \quad \dots \quad (5.1)$$

نموونه (1.5) :- گریمان ئه م داتایانه ی خواره وه ت هیه، که بریتیه له بژارده ی نمره ی (8)

قوتابی له وانه ی ئابووری، داواکاری مه ودا ی نمره ی قوتابیان بدۆزه ره وه :-

x_i	65	66	90	56	75	43	78	25
-------	----	----	----	----	----	----	----	----

شیکار :- گه وره ترین و بچوکترین نمره به م شیوه ی خواره وه یه :-

$$x_1 = 90 \quad \text{and} \quad x_s = 25$$

بۆيە مەودا بىرىتى يە لە :-

$$R = x_1 - x_s = 90 - 25 = 65$$

ب- مەودا بۇ داتا پىزىكراۋەكان :-

دەتوانىت مەودا بۇ داتا پىزىكراۋەكان لەمىانەى ھەژماركردنى جىاۋازى نىۋان سەنتەرى تويۇزى بالاۋ سەنتەرى تويۇزى نزم بدۇزىتەۋە يان ھەژماركردنى جىاۋازى نىۋان بەرزىتىن پادەى تويۇزى نزمىتىن پادەى تويۇزى دەبىت .

نمونه (2.5) :- كارگەى بىشار لە ھەولتر بۇ بەرھەمھىنانى بسكوت (60) كرىكار لەخۇدەگرىت لەگەل بەرھەمى پۇژانەى ئەو كارگەى، ئەۋىش لەمىانەى ئەم خىشتەى خوارەۋە :-

تويۇزەكانى بەرھەم	30-24	37-31	44-38	51-45	58-52	65-59
ژمارەى كرىكار	6	9	14	12	10	9

مەوداى بەرھەمدارى پۇژانەى كرىكار بدۇزەۋە؟

شىكار :- دەتوانىت مەودا ھەژمار بكرىت لەمىانەى ھەژماركردنى جىاۋازى نىۋان سەنتەرى

بەرزى نزم دەبىت، ئەۋىش بەم شىۋەى خوارەۋە :-

سەنتەرى تويۇزى نزم بىرىتىيە لە :-

$$\frac{30 + 24}{2} = 27$$

سەنتەرى تويۇزى بەرزى بىرىتىيە لە :-

$$\frac{65 + 59}{2} = 62$$

$$R = 62 - 27 = 35$$

كەۋاتە مەودا بىرىتىيە لە :-

يان بەكارھىنانى جىاۋازى نىۋان بەرزىتىن پادەى تويۇزى بالاۋ نزمىتىن پادەى تويۇزى بچوك،

ئەۋىش بەم شىۋەى خوارەۋە :-

$$R = 65 - 24 = 41$$

تېبىنى :- ئەو پىۋەرە زۇر ئاسانە، لەبۋارى جۇراۋ جۇر بەكار دەھىنرىت، لە گرنگىرىنىان دروست كردنى دلتىايى جۇرى يان كۋالىتى كۆنترۆلە (Quality Control)، كە بەكار دەھىنرىت بۇ چاۋدىرى جۇرى بەرھەم، بەتايىبەتى كاتىك قەبارەى بىزاردە لە (10) كەمتر دەبىت، بەلام زۇر پىشتى پى نابه سىرتىت لەپىۋانەكردنى

په رشوبالوۍ، ټولنیز له بهر ټولنیزه پښت به دوو به یان ژماره ده به سټیت و ژماره کانی تر فراموش ده کات، بویه ژور به به های لایه نی شازه کان کارپنګار ده بیت، ټینجا بؤ ټولنیز سوودی ده بیت (5٪)، به های توندی به رزو نزم فراموش ده کړیت ټینجا ده ژمارۍ مه ودا ده کړیت، ټه مه ش کار دانه وده یی باشی له سهر سروشتی دابه ش کړنی داتا کانی له کومه لگای توپیرینه وه ده بیت.

3.5 - لادانی نیوونج: (Mean Deviation)

بریتیه له نیوونجی لادانی به های کومه لیک له نیوونجی ده ژمارکړن، که په کسان ده بیت به سفر، بؤ ده ریزبون له مه ش به های په ها ودرده گیریت بؤ فراموش کړنی سالیب بؤ لادانه کان، ده توانریت لادانی نیوونج له دؤخی داتای نا ریزکراوه کان و دؤخی داتای ریزکراوه کان ده ریزیریت، ټولنیز به م شپوه ی خواره وه :-

ا- لادانی نیوونج بؤ داتا ریزکراوه کان :-

ده توانریت له میانه یی ټم ده قه ده ژمارکړن بکړیت :-

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad \dots (5.2)$$

نمونو (3.5) : له م داتایانه ی خواره وه لادانی نیوونج بدؤزه ره وه ؟

x_i	3	4	2	6	5
-------	---	---	---	---	---

شیکار :- ټول لادانی نیوونج بریتیه له :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = \frac{3+4+2+6+5}{5} = 4$$

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{|3-4| + |4-4| + |2-4| + |6-4| + |5-4|}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

ب- لادانی نیوئنج بؤ داتا ریزکراوه کان :-

هه ژمارکردنی لادانی نیوئنج بؤ داتا ریزکراوه کان له میانهی دۆزینه وهی سهنته ری تویره کان و جاران کردنی به دوو باره کانی ده بیئت، که به رامبه ری هه ژمارکردنی نیوئنجی هه ژمارکردنی داتا ریزکراوه کانه، دوی ئه وه لادانی هه موو سهنته ره کانی تویره له نیوئنجی هه ژمارکردن ده دۆزیتته وه، له گه ل فهرامۆش کردنی نیشانه کانی (+،=)، و جاران کردنی هه ریبه کیك له وانه به دوو باره کانی به رامبه رییان ئینجا کۆده کریته وه و دابهش ده کرین به سه ر سه رجه می دوو باره بووه کان، ئه ویش به پی ی ئه م ده قه ی خواره وه :-

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^m f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^m f_i} \quad \dots (5.3)$$

ههروه ها پێگای دیکه بۆ هه ژمارکردنی لادانی نیوئنج هه یه، ئه ویش له میانهی لادانه کانی سهنته ری تویره کان له باره ی مه نوال یان ناوه پاسه له جیاتی نیوئنجی هه ژمارکردن .
نموونه (4.5) :- له میانهی نمونه ی (2.5) بۆ خسته ی دابهشکردنی دوو باره یی

خواره وه لادانی نیوئنج بدۆزه ره وه :-

65-59	58-52	51-45	44-38	37-31	30-24	تویژی به ره ه م
9	10	12	14	9	6	ژماره ی کریکار

شیکار :- ده توانیئت نیوئنجی هه ژمارکردن بؤ داتا ریزکراوه کان بدۆزیتته وه، دوی ئه وه

لادانی نیوئنج له میانهی دروست کردنی ئه م خسته یه بدۆزه ره وه :-

$f_i x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i$	سهنته ری تویره کان x_i	ژماره ی کریکار	تویژه کانی به ره ه م
110.5998	18.4333	162	27	6	30-24
102.8997	11.4333	306	34	9	37-31
62.0662	4.4333	574	41	14	44-38
30.8004	2.5667	576	48	12	51-45
95.667	9.5667	550	55	10	58-52
149.1003	16.5667	558	62	9	65-59
551.1334		2726		60	سه رجه م

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{2726}{60} = 45.4333$$

بویه لادانی نیتونهج بریتیه له :-

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^m f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{551.1334}{60} = 9.1856$$

تیبینی :- ئەم پتوهره له مه ودا ووردترو هه موو به هاگان له هه ژمارکردن له بهرچاوده گریت، به لام زۆر به به ها شازه گانی کاریگه ره و هه رامۆشکردنی نیشانه کانش ده بێته سنوورداریوونی وردیه کان.

4.5 :- لادانی چارهگی :- Quartile Deviation

یان پی ی ده لێن (نیوه ی مه ودا ی چارهگی)، که گیروگرتی کارێگار به به های شان چاره سه ره ده کات، که مه ودا به ده سستییه وه ده نالێنیت، ده توانریت له دۆخی داتا پیزکراوه کان و داتا پیزکراوه کان بدۆزیتیه وه، ئەویش به م شیوه ی خواره وه :-

أ- **لادانی چارهگی بۆ داتا نا پیزکراوه کان** :- لادانی چارهگی له میانه ی ریزبه ندی داتا کان به شیوه ی به ریزبۆوه و نزم بۆوه ده دۆزیتیه وه، ئینجا هه ژمار ی هه ردوو چارهگی نزم و به رز به م شیوه یه ریزبه ندی ده کړیت :-

$$\text{پیزبه ندی چارهگی نزم} = \frac{\text{ژماره ی به هاگان} + 1}{4} ، \text{پیزبه ندی چارهگی به رز} = \frac{\text{ژماره ی به هاگان} + 1}{4} \times 3$$

ده توانریت لادانی چارهگی له میانه ی ئەم ده قه بدۆزیتیه وه :-

$$Q.D = \frac{Q_{II} - Q_I}{2} \quad \dots \quad (5.4)$$

نموونه (5.5) :- له م داتا یانه ی خواره وه، لادانی چارهگی بدۆزه وه ؟

x_i	4	3	2	6	5	2	3	5	1	0	4
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

شیکار :- بۆدۆزینەوێ ریزیەندی چارەگی نزم و بەرز، داتاكان بەشیوەی بەرزبۆوه ریزیەندی دەکەیت :-

x_i	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$\text{ریزیەندی چارەگی بەرز} = \frac{1 + 11}{4} = 3$$

$$\text{ریزیەندی چارەگی نزم} = \frac{3 \times (1 + 11)}{4} = 9$$

$$Q_u = 5 \text{ و } Q_l = 2 \text{ واتە:}$$

دەتوانرێت هەژمارکردنی لادانی چارەگی بەم شیوەیە هەژماربکێت :-

$$Q \cdot D = \frac{Q_u - Q_l}{2} = \frac{5 - 2}{2} = 1.5$$

ب- لادانی چارەگی بۆ داتا پیزکراوەکان :-

لادانی پێوانەیی چارەگی بۆ داتا پیزکراوەکان لەمیانەی دروست کردنی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوه ریزیەندیان دەدۆزێتەو، ئەویش بەم شیوەی خوارەو :-

$$\text{ریزیەندی چارەگی نزم} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{4}$$

$$\text{ریزیەندی چارەگی بەرز} = 3 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^m f_i}{4} \right)$$

بەھاي ئۆمەتۈزۈرۈمە - پۈتۈنلەش چۈمگە ئۆم - دويۇرەي كۆكرۈدەي ئۆمەتۈزۈرۈمە پۈتۈنلەش چۈمگە
 چارەگى - پۈتۈنلەش ئۆمەتۈزۈرۈمە + × دويۇرەي ئۆمەتۈزۈرۈمە چۈمگە ئۆم
 ئۆم ئۆم چۈمگە ئۆم دويۇرەي ئۆمەتۈزۈرۈمە پۈتۈنلەش چۈمگە ئۆم

بەھاي ئۆمەتۈزۈرۈمە - پۈتۈنلەش چۈمگە ئۆم - دويۇرەي كۆكرۈدەي ئۆمەتۈزۈرۈمە پۈتۈنلەش چۈمگە
 چارەگى - پۈتۈنلەش ئۆمەتۈزۈرۈمە + × دويۇرەي ئۆمەتۈزۈرۈمە چۈمگە ئۆم
 ئۆم ئۆم چۈمگە ئۆم دويۇرەي ئۆمەتۈزۈرۈمە پۈتۈنلەش چۈمگە ئۆم

لەسەر ئۆمەتۈزۈرۈمە بىنچىنەيەدا دەتۈنلەش لادانى چارەگى بەدەست بەيتۈرۈمە، ئۆمەتۈزۈرۈمە
 بەبەكارمەتۈزۈرۈمە دەقى(5.4).

نەمۇنە(6.5): - بۆتەم خىشتەيى خوارەو، لادانى چارەگى بۆتەمەو؟

تۈيۈنەكانى داھات	ژمارەي خىزان	سۈمۈرى بەرۈزى تۈيۈنەكان	دويۇرەيى كۆكرۈدەي بەرۈزىوۈ
-0	18	200	18
-200	72	400	90
-400	154	600	244
-600	111	800	355
1000-800	45	1000	400

شېكار: - چارەگى ئۆم و بەرۈزى رىزەندىيان بەم شىوۈى خوارەوۈيە: -

$$100 = \frac{400}{4} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{4}$$

پۈتۈنلەش چارەگى ئۆم =

$$300 = 3 \cdot \left(\frac{400}{4} \right) = 3 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^m f_i}{4} \right)$$

پۈتۈنلەش چارەگى بەرۈزى =

بەھاي ئۆمەردىن رادە پەيزىمەنلى چارەگى ئۆم دوويىلەرى كۆكرادى ئۆمەلدە بۇ ئۆزى پەش چارەگى
 چارەگى - بۇ ئۆزى دىكەنەت ئۆم ئۆم چارەگى ئۆم دوويىلەرى پەشەت بۇ ئۆزى چارەگى ئۆم
 ئۆم ئۆم ئۆم ئۆم

$$90 - 100$$

بەھاي چارەگى ئۆم = 400 + $\frac{200 \times 412,987}{104}$ دىنار

$$104$$

بەھاي ئۆمەردىن رادە پەيزىمەنلى چارەگى بەز دوويىلەرى كۆكرادى ئۆمەلدە بۇ ئۆزى پەش چارەگى
 چارەگى - بۇ ئۆزى دىكەنەت بەز ئۆم چارەگى بەز دوويىلەرى پەشەت بۇ ئۆزى چارەگى بەز
 بەز بەز بەز بەز

$$244 - 300$$

بەھاي چارەگى بەز = 600 + $\frac{200 \times 700,9009}{111}$ دىنار

$$111$$

لەسەر ئەو بىنچىنە يەدا دەتوانرەت لادانى چارەگى بەم شىۋەى خوارەو بەدەست
 بەيتىرەت :-

$$Q \cdot D = \frac{Q_u - Q_l}{2} = \frac{700.9009 - 412.987}{2} = 143.957$$

تېيىنى :- ئەو كاتە لادانى چارەگى بەكار دەمەيتىرەت، كاتىك بەھاي شاز لەكۆمەلە
 داتايەك ەبەت، لەپتوۋەرى مەودا باشترە، بەلام خەشەكەى ئەو يە پتوۋەرىكى
 نەزىكەنەو يە و مەمو بەھاكانىشى لەكاتى ەژماركەن لەبەرچاۋ ناگىرەت.

5.5 :- لادانى پىئومەكارى :- Standard Deviation

لەھەندىك جارىش پىئى دەوتىرەت لادانى پىئوانكارى، لەپاستىدا ئەمە لەباشترەن
 پتوۋەركانى پەرش و بلاۋىيە، ئەمەش بەھۆى بوونى ژمارەيەك لايەنى پۆزەتەتقى
 نمونەى، ئەمەش وى كەدوۋە لەپىشەوۋەى پتوۋەركانەو بەت لەكاتى پراكتىزەكەندە،
 ەروەھا دەتوانرەت لەدۆخى بوونى داتا رەزىكراۋەكان و نا رەزىكراۋەكان بەكاربەيتىرەت،
 ئەمەش بەشىۋەى خوارەو :-

ا- لادانی پیومرکاری بۇ داتا نا ریزکراومکان :-

بەوہ پیناسە دەکریت، کە بریتییه لەپەرگی دووجای کۆیی بۆ نێوہنجی سەرجمی

چوار جای لادانی داتاگان لە نێوہنجی ھەژمارکردا واتە :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \dots \quad (5.5)$$

ھەرۆھما دەقی دیکەش ھەبە کە داتا شراوہ لەدەقی (5.5) کە دەتوانریت لێبەوہ لادانی

پیومرکاری پێ بدۆزیتەوہ، ئەویش بەم شێوہی خواروہە :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1}} \quad \dots \quad (5.6)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} \quad \dots \quad (5.7)$$

نموونه (7.5) :- ئەم داتایانە ی خواروہ بریتییه لە نمرە ی بەشی ئابووری لەوانە ی

بنەماکانی زانستی ئامار ئەویش بەم شێوہی خواروہە یە :-

x_i	50	70	54	45	60	65	85	38	90	83
-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

داواکاری :- لادانی پیومرکاری بۆ نمرە ی قوتابییان ھەژمار بکە ؟

شیکار :- یەکەم جار نێوہنجی ھەژمارکردن بۆ ئەم داتایانە ی خواروہ دەردەھێنین :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{50+70+\dots+83}{10} = \frac{640}{10} = 64$$

دهتوانریت هه ژمارکردن ئاسان بکهین ئه ویش له میانه ی دروست کردنی ئه م خسته یه ی خواره وه :-

x_i^2	$(x_i - \bar{x})^2$	$x_i - \bar{x}$	داتاكان x_i
2500	196	14=-64-50	50
4900	36	6=64-70	70
2916	100	10=-64-54	54
2025	361	19=-64-45	45
3600	16	4=-64-60	60
4225	1	1=64-65	65
7225	441	21=64-85	85
1444	676	26=-64-38	38
8100	676	26=64-90	90
6889	361	19=64-83	83
43824	2864	0	سه رجه م

له میانه ی دهقی (5.5) دهتوانین لادانی پتوه رکاری به م شیوه ی خواره وه به دهست بهینین :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2864}{10-1}} = \sqrt{318.2222} = 17.8388$$

یان له میانه ی دهقی (5.6) دهتوانین به م شیوه ی خواره وه لادانی پتوه رکاری ده بهینین :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{(43824) - \frac{(640)^2}{10}}{10-1}} = \sqrt{\frac{43824 - 40960}{9}} = \sqrt{\frac{2864}{9}} = \sqrt{318.2222} = 17.8388$$

یاخود له میانه ی دهقی (5.7) دهتوانین لادانی پتوه رکاری به م شیوه ی خواره وه به دهست بهینین :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{43824 - (10)(64)^2}{10-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{43824 - (10)(4096)}{9}} = \sqrt{\frac{2864}{9}} = 17.8388$$

ب- لادانی پیۆهرکاری بۆداتا ریزکراوهکان :

دهتوانریت لادانی پیۆهرکاری بۆ داتا ریزکراوهکان ههژمار بکړیت، ئهویش له میانهی دۆزینهوهی سهنتهري توێژهکان و چاران کردنی به دووبارهکانی بهرامبهرییان، له نهژمارکردنی نیوهنجی ههژمارکردن بۆ داتا ریزکراوهکان و دۆزینهوهی لادانهکانی سهنتهري توێژهکان له نیوهنجی ههژمارکردن، بۆئهمهش پشت به پراکتیزهکردنی ئهم دهقهی خوارهوه دههستین :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^m f_i - 1}} \quad \dots \quad (5.8)$$

ههروهها ژمارهیهك دهقی دیکه ههیه، که داتاشاروه لهم دهقهی سهروهوه، که له میانهیدا دهتوانین ههژماری لادانی پیۆهرکاری بکهین، که بواری باسکردنی نییه لهم کتێبهدا. **نموونه (8.5) :-** ئهم خستهیهی خوارهوه بریتیه له توێژی بهرهم له کارگهی شیشارو بيشار بهرامبهر به ژمارهی کرێکاران

توێژی بهرهم	دووباره (ژمارهی کرێکاران)
20-10	2
30-20	8
40-30	9
50-40	7
60-50	4

داواکاری :- لادانی پیۆهرکاری بدۆزهروه.

شیکار :- بۆ ههژمارکردنی لادانی پیۆهرکاری پشت بهم خستهی خوارهوه دههستین :-

تویژمکان	دووبارمکان f_i	سه‌تتیری x_i تویژمکان	$f_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
20-10	2	15	30	21-	441	882
30-20	8	25	200	11-	121	968
40-30	9	35	315	1-	1	9
50-40	7	45	315	9	81	567
60-50	4	55	220	19	361	1444
سدرچم	30		1080			3870

یه‌که‌مجار ژمارکردنی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردن دهرده‌هینین، ئه‌ویش به‌م شیوه‌ی خواره‌وه:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} = \frac{1080}{30} = 36$$

له‌میان‌ه‌ی ئه‌م ده‌قه‌دا (5.8) هه‌ژماری لادانی پیوه‌رکاری ده‌که‌ین، ئه‌ویش به‌م شیوه‌ی خواره‌وه:-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^5 f_i - 1}} = \sqrt{\frac{3870}{30-1}} = \sqrt{133.4483} = 11.552$$

تییینی :- لادانی پیوه‌رکاری، به‌یه‌کتیک له‌گرنگترین پیوه‌ره‌کانی په‌رشوبلاوی داده‌نریت، که به‌رامبه‌ر گرنگی نیوه‌نجی هه‌ژمارکردنه له‌پیوه‌ره‌کانی ناکۆکی ناوه‌ندی، ئه‌ویش له‌به‌ر ئه‌وه‌ی هه‌موو داتا‌کان له‌ژمارکردن له‌به‌رچاو ده‌گریت، سه‌رباری ووردی و ئاسانی ئه‌و پیوه‌ره، هه‌روه‌ها خه‌سه‌ته ماتماتیکی و ئامارییه‌کانی نایابه، که‌ده‌توانریت له‌شیکردنه‌وه‌و یاساکان به‌کاربه‌یتنریت، که‌ده‌چیتته نیو پله‌ی په‌رشو بلاوی، هه‌روه‌کو له‌دۆخی لیکۆلینه‌وه‌ی ئه‌گه‌ره‌کان و بژارده‌کان و نه‌زمونه ئامارییه‌کان به‌رچاو ده‌که‌ون، به‌لام خه‌وشه‌که‌ی ئه‌وه‌یه به‌به‌های شازه‌کان کاریگه‌ر ده‌بییت و به‌زه‌حمه‌ت له‌داتا باسه‌نی یه‌کان هه‌ژمار ده‌کریت.

6.5: - جیاکاری - The Variance

جیاکاری بریتیه له چوارجای لادانی پتوهرکاری بۆکۆمه لهیهك بهها بۆیه هیمای (S^2) ئاماژه به جیاکاری بههای بژارده دهکات، له هه مان کاتدا (6^2) ئاماژه به جیاکاری هه موکۆمه لگا دهکات و ده توانریت له دۆخی داتا نا ریزکراوه کان و دۆخی داتا ریزکراوه کان بدۆزیتته وه، ئه ویش بهم شیوهی خواره وه :-

أ- جیاکاری بۆ داتا نا ریزکراوه کان :-

ده توانریت جیاکاری بۆ داتا نا ریزکراوه کان له میانهی دووجای لادانی پتوهرکاری له دهقی (55) یان (5.6) یاخود (5.7) ده ربهینریت، واته له میانهی هه ژمارکردنی لادانی بههای تاکه کانی بژارده که له نیوه نجی هه ژمارکردن به دابهش کردن له سه ر پلهی ئازادی $(n-1)$ به بی وه رگرتنی په گی دووجایی ده رده هینریت، واته :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \dots \quad (5.9)$$

له هه مان کاتدا ده توانریت هه ژمار بکریت بۆ کۆمه لگا له میانهی ئه م دهقی خواره وه :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1} \quad \dots \quad (5.10)$$

نموونه (9.5): بۆ ئه م داتایانهی خواره وه جیاکاری بدۆزه ره وه ؟

x_i	5	7	4	5	6	5	6	2
-------	---	---	---	---	---	---	---	---

شیکار :- په که مجار نیوه نجی هه ژمارکردن ده رده هینرین، ئه ویش بهم شیوهی خواره وه :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{8} = \frac{5+7+\dots+2}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

ده توانریت جیاکاری بژارده بهم شیوهیه بدۆزیتته وه :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2}{8-1} = \frac{(5-5)^2 + (7-5)^2 + \dots + (2-5)^2}{7}$$

$$= \frac{0+4+\dots+9}{7} = \frac{16}{7} = 2.2857$$

ب- جیاکاری بۇداتا ریزگراوهكان :

ده توانریت جیاکاری داتا ریزگراوهكان له بژارده هه ژماریکریت، ئه ویش له میانه ی چوارجای دهقی (5.8)، واته :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^m f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^m f_i - 1} \quad \dots \quad (5.11)$$

نموونه :- (10.5) ئەم خشته ی خواره وه بریتیه له توپژی کرئ له بهرامبهر ژماره ی نه رمانبه ران له دهسته ی ئاماری هه ریمی کوردستاندا، داواکاری مه زنده ی جیاکاری کرئ بکه ؟

توپژی کرئ	دوو یاره كان (ژماره ی فهرمانبه ران)
300-200	20
400-300	30
500-400	60
600-500	44
700-600	32
800-700	14

شیکار :- بۆ هه ژمارکردنی جیاکاری هه لده ستین به دروست کردنی ئەم خشته ی خواره وه :-

توپژه كان	دوو یاره كان f_i	سه نته ری توپژه كان x_i	$f_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
300-200	20	250	5000	240-	57600	1152000
400-300	30	350	10500	140-	19600	588000
500-400	60	450	27000	40-	1600	96000
600-500	44	550	24200	60	3600	158400
700-600	32	650	20800	160	25600	819200
800-700	14	750	10500	260	67600	946400
سەرچم	200		98000			3760000

یه که مجار هه لده سستین به ژمارکردنی نیتوهنجی هه ژمارکردن، ئه ویش به م شیوهی خواره وه :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 f_i x_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} = \frac{98000}{200} = 490$$

له میانهی دهقی (5.11) هه ژماری جیاکاری دهکین، ئه ویش به م شیوهی خواره وه :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^6 f_i - 1} = \frac{3760000}{200 - 1} = 18894.4724$$

تیبینی :- لایه نه پۆزه تیف و نیگه تیف و خه سلته کانی جیاکاری بریتییه له هه مان لایه نی پۆزه تیف و نیگه تیف و خه سلته کانی لادانی پتوه رکاری، ده توانین گرنگترین خه سلته کانی له م خالانهی خواره وه بخهینه پوو :- جیاکاری هه میشه گه وره تره یان یه کسانه به سفر.

$$1- \quad y_i = a x_i \quad \text{ئه وئه} \quad s_y^2 = a^2 \cdot s_x^2$$

$$2- \quad y_i = x_i + a \quad \text{ئه وئه} \quad s_y^2 = s_x^2$$

$$3- \quad y_i = a x_i + b \quad \text{ئه وئه} \quad s_y^2 = a^2 \cdot s_x^2$$

7.5 :- هاوکۆلکهی پهرشوبلاوی :- Coefficient of Dispersion

جاری وا هه یه پتویستمان به به راوردکردنی نیتوان پهرشوبلاوی دوو کۆمه له یان زیاتر له به ها جۆراوجۆره کانه وه له گه ل یه کتیرییه وه ده بیت، له پووی ناوه پاستی هه ژمارکردنه وه یان به های کۆمه له جۆراوجۆره کان پتوانه کراوه به یه که جۆراوجۆره کان، له وکاته دا ناتوانریت پتوه ره کانی پهرشوبلاوی په ها به ته نیا به کاربهیتن، به لکو پتویستمان به به کارهیتانی پتوه ره کانی پهرشوبلاوی پتزهیی هه یه، که خالییه له یه که کانی پتوانه کردن، گه لیک جۆرمان هه یه له وانه هاوکۆلکهی پهرشوبلاوی، که پشت به مه ودا

ده به سټیت یا ن لادانی چاره گی یا خود لادانی نیوهنج، له گړنگترین نه وه ی پشټی پی ده به سټیت بریتیه له لادانی پیوه رکاری یا ن پی ده لاین هاوکولکه ی جیاوازی (Coefficient of Variation) که ده توانریت له دخی داتا پیزکراوه کان و داتا نا پیزکراوه کان له میانه ی نه م ده قه ی خواره وه بدوزریته وه

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 \quad \dots (5.12)$$

نمونه (11.5) به راورد له نیوان جیاوازی پیژیه ی له دريژی و کیشی بکه و نه وه ش دیاری بکه که کامه یا ن هاوشیوه ی زیاتر بؤ نه وکومه له قوتابییه نه گه ر بیتو نیوهنجی دريژی (172) سم و لادانی پیوه رکاری (10.5)، هه روه ها نیوهنجی کیشی 75 کغم و لادانی پیوه رکاری (15) بیت؟

شیکار :- به هوی نه وه ی هه ردو دیارده جیاوازی له پووی یه که ی پیوانه دا بویه پیویسته پیوه ری په رشوبلاوی پیژیه ی وه کو هاوکولکه ی جیاوازی بؤ به راوردکاری له نیوان مه ودای جیاوازی په رشوبلاوی له نیوان دريژی و کیش به کاربهرنریت:

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{10.5}{172} \cdot 100 = 6.1047 \quad \text{سه باره ت به دريژی :-}$$

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{15}{75} \cdot 100 = 20 \quad \text{سه باره ت به کیش :-}$$

له مه ش نه وه پوون ده بیته وه نه و قوتابیانه زور هاوشیوه ن له دريژی نه ک له کیشدا، چونکه هاوکولکه ی په رشوبلاوی له دريژی که متره له هاوکولکه ی په رشوبلاوی له کیشدا .

نمونه (12.5) :- به راورد بکه به به کارهیتانی هاوکولکه ی جیاوازی مه ودای که لاین له نیوان تویره کانی به ره م له نمونه ی (8.5) و تویری کری له نمونه ی (10.5) .

شیکار :- له میانه ی نمونه ی (8.5) نه مانه مان به ده ست هیتا :- نیوهنجی هه ژمارکردن = 36 لادانی پیوه رکاری = 11.552 له به رامبه ردا له نمونه ی (10.5) نیوهنجی هه ژمارکردن = 490 و لادانی پیوه رکاری = 18894.4724، بویه ده توانریت هاوکولکه ی جیاوازی به م جوړه بدوزریته وه .

سه باره ت به تویره کانی به ره م :-

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{11.552}{36} \cdot 100 = 32.0889$$

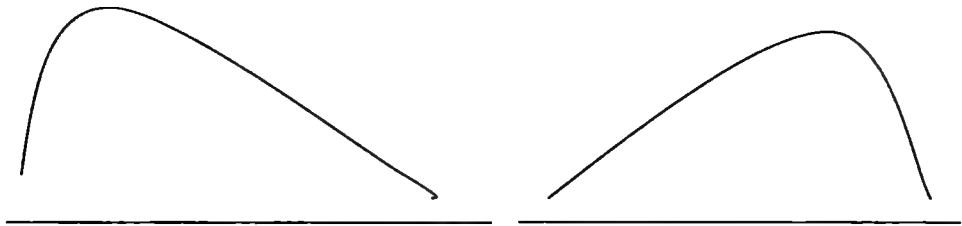
سه باره ت به تویره کانی کری: -

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{18894.4724}{490} \cdot 100 = 38.5601$$

له مهش ئه وه پوون ده بیته وه، که تویره کانی به ره م زیاتر هاوشیوه ی تویره کانی کریین، چونکه هاوکۆلکه ی په رشوبلۆی له تویره کانی به ره م که متره له هاوکۆلکه ی په رشوبلۆی له تویره کانی کری دا .

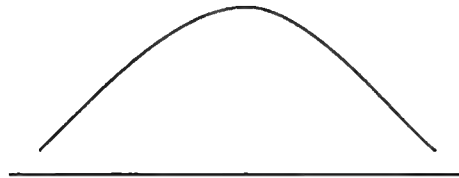
8.5: شکانه وه و جوئای چه ماوه (الاتواء و التفطیح) :-

چه ماوه ی دووباره ییه، که دابه شکردنی هاوشیوه یه یان دابه شکردنی هاوشیوه نییه، چه ماوه ی ناهاوشیوه پی ی دهوتریت شکانه وه ی چه ماوه (ملتویه) (الاتواء) بریتیه له دوروی چه ماوه له هاوشیوه یی، ئه مهش مانای ئه وه یه به هاکی بیروکی ئه وه ده داته دهسته وه که به های داتاگان ته مە رکوز ده کەن، ئینجا ئه گەر بیته ئه و داتایانه ی له دورویه ری به های داتای بچوک زیاتر له به های داتای گه وره ته مە رکوزیان کرد، ئه و دابه شکردنی ئه و داتایانه ده شکیته وه به ره و لای راست، که پی ی ده گوتریت (ئیلتوای موجه ب)، به لām ئه گەر بیته پیچه وانه بوو ئه و ئیلتوای دابه شکردنی داتاگان سالیب ده بیته، واته به ره و لای چه پ ده شکیته وه، به لām ئه گەر بیته یه کسان بوو به سفر، ئه مهش مانای ئه وه یه هاوشیوه ی دابه شکردنه . کاتیک دابه شکردن به ره و لای راست ده شکیته وه، ئه و به های تونده کان له به ره و راست چوون، کارپگارییان له سه ر نیوه نجی هه ژمارکردن ده بیته و به ره و لای راست پای ده کیشیت، به مهش نیوه نج گه وره تر ده بیته له ناوه راست مه نوال. به لām ئه گەر بیته دابه شکردن به ره و لای چه پ بشکیته وه ئه و به های توند بچوک ده بیته و پای ده کیشیت به ره و لای چه پ به مهش ناوه راستی هه ژمارکردن بچووکتر ده بیته له ناوه راستی مه نوال، که چی ئه گەر بیته دابهش کردنه که هاوسه نگ بیته ئه و نیوه نج هه ژمارکردن یه کسان ده بیته به ناوه راست و مه نوال، ئه م شیوانه ی خواره وه ئه مانه پوون ده که نه وه :-



شکانه‌وه‌ی موجه‌ب

شکانه‌وه‌ی سالیب

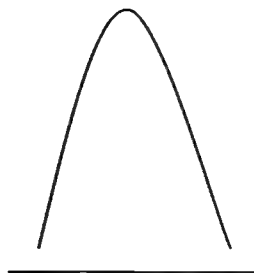


دابه‌شکردنی سروشتی (مام ناوه‌ندی)

شیوه‌ی (5.1): دابه‌شکردنی سروشتی و شکانه‌وه‌ی سالیب و موجه‌ب پوون ده‌کاته‌وه
 مه‌روه‌ما جولّای چه‌ماوه (التفلیح او التفرطح) بریتییه له‌دوباره‌یی به‌هاکان
 له‌هر‌دو‌و‌لای ئه‌و دابه‌شکردنه، ئه‌مه‌ش بریتییه له‌پله‌ی به‌رزی لوتکه‌ی دابه‌ش کردن
 سه‌باره‌ت به‌دابه‌شکردنی سروشتی، ئه‌گه‌ر بی‌تو به‌های جولّای چه‌ماوه (التفلیح)
 گه‌وره‌بی‌ت، ئه‌وا ئه‌و دابه‌شکردنه لوتکه‌ی نزم ده‌بی‌ت، پی‌ی ده‌وتری‌ت دابه‌شکردنی
 گه‌وره‌ی جولّای چه‌ماوه (التفلیح)، به‌لام ئه‌گه‌ر بی‌تو به‌های جولّای چه‌ماوه
 (التفلیح) بچووک بی‌ت، ئه‌وا دابه‌شکردنی لوتکه‌یی به‌رز ده‌بی‌ت و پی‌ی ده‌وتری‌ت
 دابه‌شکردنی که‌می جولّای چه‌ماوه (التفلیح)، ئه‌گه‌ر بی‌تو به‌های جولّای چه‌ماوه
 (التفلیح) ناوه‌پاست بی‌ت پی‌ی ده‌وتری‌ت دابه‌شکردنی ناوه‌پاستی جولّای چه‌ماوه
 (التفلیح)، ئه‌م شی‌وانه‌ی خواره‌وه پوونی ده‌که‌نه‌وه :-



دابه شکردنی گهوردی جولای چه ماوه



دابه شکردنی کله می جولای چه ماوه



دابه شکردنی مام ناوهندی جولای
چه ماوه

هروه ها چندان ریځای دیکه بۆه ژمارکردنی شکانه وه و جولای چه ماوه (الالتواء و التفلطح) هیه، که له م کتیبه دا بوار نییه باسی لیوه بکهین .

راهیانی بهشی پینجه م

1.5: - مه به ست له پتوهره کانی په رشوبلاوی چیه؟

2.5: - مه وداو لادانی نپوهنچ بۆ خه رچی مانگانه ی بژارده یه کی شاری هه ولیر

بدۆزه ره وه نه ویش به م شیوه ی خواره وه :-

400	700	800	1000	900	200	500	650	950	740	520
-----	-----	-----	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

3.5: نه گه ر بیتو به کاربردنی خیزانی مانگانه بۆ برنج له شاری هه ولیر و سلیمانی به م

شیوه یه بیت :-

12	15	12.4	13.9	10.3	9.06	2.70	5.9	6.5	7.50	7.8	هه ولیر
9.8	10	5.9	6.8	4.8	7.9	5.8	12	13	4.9	3.4	سلیمانی

داواکاری :- زانیسی کامه شار زیاتره هاوشیوه یه به پشت به ستن به مه وداو لادانی

نپوهنچ.

4.5: - نه م داتا یانه ی خواره وه بریتیه له کیشی بژارده قوتابیان که ژماره بیان (15)

قوتابیه :-

59	60	48	53	46	57	45	x_i
46	55	68	44	49	54	62	67

داواکاری :- هه ژمارکردنی لادانی چاره گی و پتوهرکاری و جیاکاری؟

5.5: - لادانی چاره گی و پتوهرکاری و جیاکاری بۆ نه م خسته دابه شکردن دووباره یی

خواره وه بدۆزه ره وه :-

10-8	8-6	6-4	4-2	2-0	تویژه کان
4	6	8	6	4	دووباره کان

6.5: - به راوردی نه م دوو خسته دووباره یی خواره وه به به کارهینانی هاوکۆله ی

جیاکاری بکه :-

22-18	18-14	14-10	10-6	6-2	تویژه کان
3	4	8	7	5	دووباره کان
15-12	12-9	9-6	6-3	3-0	تویژه کان
14	16	18	16	14	دووباره کان

به‌شی شه‌شه‌م
شیکردنه‌وی پیکه‌وه‌لکان
Correlation
Analysis

1.6: - پېښه کی - پیکه وهلکان (Correlation)

بریتیه له ئامرازکی شیکردنه وهی ئامار بو مه به سستی پټوانه کردنی چه ندایه تی پیکه وهلکان و ئاراسته کانی له نیوان دوو گؤپاو یان زیاتر، پټوانه کردنی پیکه وهلکان بو زانینی سروشتی گؤرانکاری له نیوان دوو گؤپاو یان زیاتر، ئه ویش به هؤی خه سلته تی دیاریکراو که کؤیان ده کاته وه، داواکاری ئه وه یه له م دؤخه دا بزانتیت ئایا خه سلته کانی ئه و گؤپاوه په یوه نیدیداره به خه سلته کانی گؤپاویکی دیکه یان گؤپاوه کانی دیکه، نمونه ش بو ئه مه گه لیک زؤره، بؤنمونه :- لیکؤلینه وه له په یوه ندی نیوان داهاتی مانگانه و خه رچی مانگانه ی خیزان، واته روودانی جو له له خه رچی مانگانه په یوه نیدیداره به جو له ی داهاتی مانگانه ی خیزان، تیبینی ئه وه ده کړیت، که خه رچیبه کان زیاد ده کات، کاتیک داهاتی مانگانه ی خیزان زیاد ده کات، هه روه ها تیبینی په یوه ندی نیوان نرخی کالو بری خسته پووی له بازار په خاته پوو.

تیبینی :- پټویسته یه که مجار په یوه ندیکی مه نتقی و زانستی له نیوان دوو گؤپاو هه بیټ، دوی ئه وه کرده ی هه ژمارکردنی پیکه وهلکان ئه نجام ده دړیت، بؤنمونه :- په یوه ندی مه نتقی له نیوان خیزایی ئوی دؤله کان و نرخی زه وی له شاردا نییه، لیره دا ناتوانریت پیکه وهلکان بدؤریته وه، ئه ویش له بهرته وهی په یوه ندیکی مه نتقی و زانستی له نیوانیادا هه یه، چه ندان جوړ هاوکؤلکه ی هه یه و له م به شه دا باس له گرنگترینیان ده که ین:-

2.6: - هاوکؤلکه ی پیکه وهلکانی هیلی ساده :- Simple Linear

Correlation Coefficient

یان پی ی ده گوتریت هاوکؤلکه ی پیکه وهلکان (Pearson) بو لیکؤلینه وهی په یوه ندی نیوان دوو گؤپاو به کار ده هیتریت، که خه سلته تی شایسته ی پټوانه کردنیان هه یه، وه ک کیش، درېژی، ته مهن، دینار... هتد، هیما بو بژارده (r_{xy}) ده کړیت و بو کؤمه لگاش هیمای (p_{xy}) ده بیټ، ژماره یه ک ده قی ماتماتیکی بو هه ژمارکردنی هاوکؤلکه ی پیکه وهلکان بؤداتا کمان هه یه، که ریزبه ندی $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ کراوه به شیوه ی جووت به م شیوه ی خواره وه :- هه روه ها هاوکؤلکه ی پیکه وهلکان به به کار هیتانی ئه م ده قی خواره وه هه ژمارده کړیت:-

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{S_x \cdot S_y} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} \quad \dots \quad (6.1)$$

پتی دهگوتريت جياكارى هاوبهش Covariance له نتيوان x و y كه

$$\text{cov}(x, y) = S_{xy}$$

كه به پتی ئەم دهقەى خوارەوه هەژماردەكریت:-

$$\text{cov}(x, y) = S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \quad \dots \quad (6.2)$$

بۆیه :-

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / n-1}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}}$$

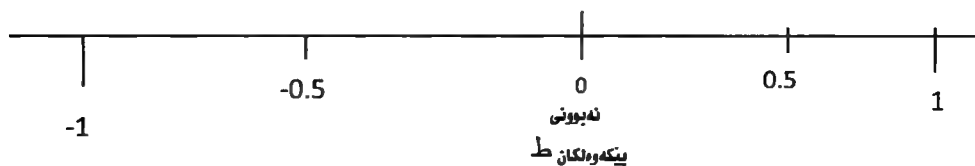
$$\therefore r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad \dots \quad (6.3)$$

تێبینى ئەوه دهكریت له ميانەى ئەم دهقەى سەرەوه، ژێرەوه هەميشه موجهه، ئەمەش مانای ئەوهیه كه نیشانهى هاوكۆلكەى پێكهوه لكان، له ميانەى نیشانهى سەرەوه دیارى دهكریت، ئینجا ئەگەر بێتو سەرەوه (جياكارى هاوبهش) موجه ب بوو، ئەمەش مانای ئەوهیه پێكهوه لكان موجه به و پێچهوانه كەشى راسته كه یه تى، به هاكەشى بریتیه له:-

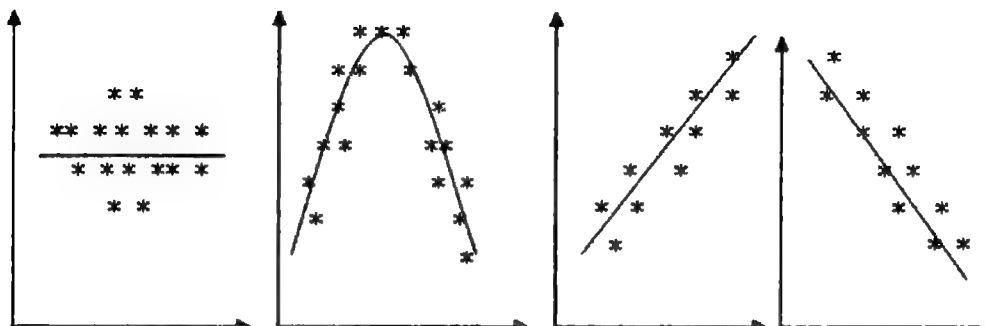
$$-1 \leq \rho_{xy} \text{ أو } r_{xy} \leq 1$$

هەرۆه ها ئەمانەى خوارەوه مان ههیه:

پێكهوه لكانى موجه بى به هیز پێكهوه لكانى موجه بى لاواز پێكهوه لكانى سالیبى به هیز پێكهوه لكانى سالیبى لاواز



شیوهی بلاوی جووتهی بهماکان، نهوه پوون دهکاته وه، که په یوه نندی هیلی (سالیب
یان موجه) یان ناهیلی یا خود نه پوونی په یوه نندی نیوان دووگړپاو، نه م شیوانه ی
خواره وه پوونی دهکاته وه:



نډېوونی پیکه وه لکان

پیکه وه لکانی هیلی

پیکه وه لکانی موجه

پیکه وه لکانی سالیب

شیوه کانی بلاوکردنه وه بو هندیك دؤخی پیکه وه لکان و نه پوونییه وه

نمونه :- توپزه ریکی نابوری دهیه ویت لیکولینه وه له په یوه نندی نیوان داهاتی
مانگانه ی خیزان و خهرجی مانگانه ی خیزان له شاری سلیمانی له میانه ی بژارده یه کی
په مه کی به م شیوه ی خواره وه بکات:-

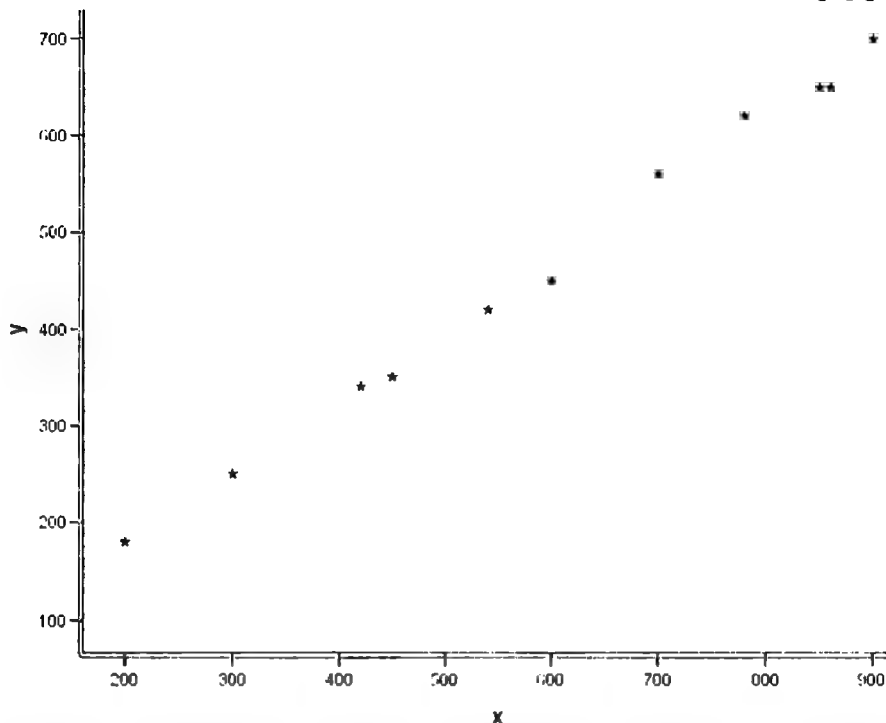
داهاتی مانگانه ی خیزان X (هزار دینار)	خهرجی مانگانه ی خیزان Y (هزار دینار)
420	340
600	450
200	180
700	560
900	700
850	650
300	250
540	420
780	620
860	650
450	350

داواکاری بریتیه له :-

- 1- شیوه ی بلاویونه وهی داتا کانی سه ره وه بکیش ه؟
- 2- بری پیکه وه لکانی نیوان نه و دوو دیاره یه چه نده؟
بکیش ریت، نه ویش به شیوه ی

شیکار: - ده توانریت شیوهی بلاو بوونه وهی له میانهی جووتهی بهای (Y, X)

خواره وه: -



شیوهی (6.1): شیوهکانی بلاو کردنه وه بۆ هه ندیک دۆخی پیکه وه لکان و نه بوونییه وه

له میانهی ئەم شیوه بلاو بۆوه، تیبینی بوونی په یوه ندی پاسته وانه له نیوان داهات و خهرجی مانگانهی خهزان له شاری سلیمانی ده کریت .

(2) بۆ دۆزینه وهی هاوکۆلکهی پیکه وه لکانی هتلی ساده، لیڤه دا نیوه نجی هه ژمارکردن ده رده هتین و ئەم خشتهی خواره وهش دروست ده کهین: -

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{11} = \frac{420 + 600 + \dots + 450}{11} = \frac{6600}{11} = 600$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{11} y_i}{11} = \frac{340 + 450 + \dots + 350}{11} = \frac{5170}{11} = 470$$

زنجیره	X	Y	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	420	340	180-	130-	23400	32400	16900
2	600	450	0	20-	0	0	400
3	200	180	400-	290-	116000	160000	84100
4	700	560	100	90	9000	10000	8100
5	900	700	300	230	69000	90000	52900
6	850	650	250	180	45000	62500	32400
7	300	250	300-	220-	66000	90000	48400
8	540	420	60-	50-	3000	3600	2500
9	780	620	180	150	27000	32400	22500
10	860	650	260	180	46800	67600	32400
11	450	350	150-	120-	18000	22500	14400
سردجم	6600	5170	0	0	423200	571000	315000

له میانه ی ده قی (6.3) ده توانریت پیکه وه لکانی هیلی ساده به ده ست به م شیوه ی

خواره وه :-

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{423200}{\sqrt{(571000)(315000)}}$$

$$= \frac{423200}{424104.9398} = 0.9978$$

بهینریت، ئه ویش ئه مه ش مانای ئه ویه که پیکه وه لکانی راسته وانه (موجه ب) ی به هیزی هه یه، که یه کسانه به (99.78٪) له نیوان داهات و خه رجی مانگانه ی خیزان له شاری سلیمانی .

هه روه ها ده توانریت پیکه وه لکانی هیلی ساده به پیکه یه کی دیکه بدۆزیتته وه، ئه ویش له میانه ی هه ژمارکردنی لادانی پتیه رکاری بۆ هه ریه که داهات و خه رجی، ئینجا جیاکاری هاوبه ش هه ژمار ده کریت ئه ویش به م شیوه ی خواره وه :-

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{571000}{11-1}} = \sqrt{57100} = 238.9561$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{315000}{11-1}} = \sqrt{31500} = 177.4824$$

$$\text{cov}(x, y) = S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} = \frac{423200}{11-1} = 42320$$

له میانه ی ده قی (6.1) ده توانریت هاو کۆلکە ی پیکه وه لکانی هیلی ساده به شیوه ی خواره وه به ده ست بهینریت:-

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{S_x \cdot S_y} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{42320}{(238.9561)(177.4824)} = 0.9978$$

نموونه (2.6):- ئەم داتایانە ی خواره وه بریتییە لە بێ خستنه پوو کالایه کی دیاریکراو و نرخ یه که یه کی ئەو کالایه :-

10	9	8	7	5	9	بێ خواستی y
3	4	5	6	7	5	نرخ x

داواکاری :- هاو کۆلکە ی پیکه وه لکانی هیلی ساده له نیتوان بپو نرخ ی خستنه پوو هه ژمار بکه ؟
شیکار:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 5, \quad \bar{y} = 8$$

بۆ ھەژمارکردنی ھاوکۆلکەى پێکەوه لکانى ھێلى سادە ھەلەستين بەدروست کردنى ئەم
خشتەى خوارەوہ :-

$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	y_i	x_i
1	0	0	1	0	9	5
9	4	-6	-3	2	5	7
1	1	-1	-1	1	7	6
0	0	0	0	0	8	5
1	1	-1	1	-1	9	4
4	4	-4	2	-2	10	3
16	10	-12	0	0	سەرچەم	

بۆیە :-

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{-12}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{16}}$$

$$= \frac{-12}{(3.1623)(4)} = \frac{-12}{12.6492} = -0.9487$$

ئەمەش مانای ئەو یە کە پلەى پێکەوه لکانى ھێلى سادە لەنێوان برى خواست لە کالایەو
یەکەى نرخ بریتىیە لە (94.87٪)، ئەمەش پێکەوه لکانى پێچەوانەى (سالیب) بەلگەى
لەسەر ئەو یە ھەرىکاتىک نرخى ئەوکالایە بەرزىتەوہ، ئەوہ برى خواست نزم دەبیتەوہ،
ئەویش بە پشت بەستن بەم داتایانەوہ.

3.6 :- ھاوکۆلکەى پێکەوه لکانى ریزبەندى سپېرمان :-

Spearman's /rank/ Correlation Coefficient

ھەندىک جار ئەو داتایانە لەجۆرى باسەنى یان زۆر گەرە دەبن و داواکارىش
بریتىیە لە پێوانەکردنى ھێزى پێکەوه لکانى ھێلى، لەم دۆخەدا دەتوانریت ریزبەندى
بەکاربھێنریت، ئەویش لەمیانەى دیارکردنى ریزبەندى خەسلەتەکان (یان ژمارەى گەرە)،
کە پێویستە لیکۆلینەوہى لەسەر بکړیت وەك ئەنجامى قوتابى لەتاقىکردنەوہى کۆتایى

سال، ئاستى بژىۋى و ئاستى زانستى و توانستى كرىكارو...هتد. ده توانزىت ئو پىكە ولكانە بە كاربەئىزىت، كاتىك يەككە يان ھەردو دياردە برىتى بىت لە داتاي پرەكان. دە توانزىت پىكە ولكانى رىزبەندى سىپىرمان بە كاربەئىزىت، ئو ىش لەمىانەى رىزبەندى خەسلەتەكان (ژمارەى گەرە) بە شىۋەى بەرز بۆۋە يان نزم بۆۋە پىدانى ھەرىكە لەو خەسلەتەنەش بە ھەى ژمارەىى لە $(n-1)$ ، بەمەش خەسلەتەكان بۆ بە ھەى ژمارەىى دەگۆرپىت، لەدۆخى نەبۋونى دووبارەبۋەكانى ئو خەسلەتەنە، ئەم دەقەى خوارەو بە كاردە ھىتىن:—

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad \dots \quad (6.4)$$

كە d_i برىتىيە لە جىاۋازى ھەردو رىزبەندى، واتە : $d_i = rx_i - ry_i$ كە پىۋىستە سەرجمى يەكسان بىت بە سفر واتە : $\sum_{i=1}^n d_i = 0$

نمۇنە (3.6):— ئەم داتايانەى خوارەو برىتىيە لە مەزەندەى ئاستى بژىۋى بەرامبەر ئاستى زانستى بۆ ژمارەىەك كەس:

داۋاكارى:— ھەژمارى پىكە ولكانى ھىلى سادە لەنتوان ھەردو گۆرپاۋەكە ؟

ئاستى بژىۋى X	باشە	ناياب	خراپ	زۆر باشە	ناۋەند	پەسەند
ئاستى خويندن Y	نامادەىى	ماستەر	دەخونىت و دەنووسىت	بەكالىۋرىۋس	سەرەتايى	نەخويندەوار

شىكار:— يەكەمجار ھەلدەستىن بە رىزبەندى كرنى ھەموو گۆرپاۋەكان بە شىۋەى بەرز

بۆۋە پىدانى بە ھەى ژمارەىى بۆ ھەرىكە يان بەم شىۋەى خوارەو:—

رىزبەندى ئاستى خويندن بەرزبۆۋە X	خراپ	پەسەند	ناۋەند	باشە	زۆر باشە	ناياب
رىزبەندى rx_i	1	2	3	4	5	6

رىزبەندى ئاستى خويندن بەرزبۆۋە Y	نەخويندەوار	دەخونىت و دەنووسىت	سەرەتايى	نامادەىى	بەكالىۋرىۋس	ماستەر
رىزبەندى ry_i	1	2	3	4	5	6

له سه ئه م بنچینه ده دا ده توانین ئه م خشته ی خواره وه دروست بکهین:

ناستی بژیوی x	ناستی خویندن y	ریزبه ندی rx_i	ریزبه ندی ry_i	d_i	d_i^2
باشه	نامادهیی	4	4	0	0
نایاب	ماسته ر	6	6	0	0
خراب	ده خوینیت و ده نوینیت	1	2	-1	1
زۆرباشه	به کالۆریۆس	5	5	0	0
ناوه ند	سه ره تایی	3	3	0	0
په سه ند	نه خوینده وار	2	1	1	1
سه رچه م				0	2

ده توانریت پیکه وه لکانی هێلی ساده به ده ست به ینریت ئه ویش به به کاره ینانی پێگای سپیرمان ئه ویش به پێی ئه م ده قه ی خواره وه:

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot (2)}{6 \cdot (6^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{12}{6 \cdot 35} = 1 - \frac{12}{210} = 1 - 0.0571 = 0.9429$$

ئه مه ش مانای ئه وه یه که په یوه ندیه کی راسته وانه (موجه ب) ی به هێز له نیوان ناستی بژیوی و ناستی خویندن به پێژه ی (94.29%) هه یه.

ئه وه بۆ هه ر خه سه له تیک به هایه کی ژماره یی بۆ داده نریت، هه تا ئه گه ر له بژارده که دووباره ش ببێته وه، دوا ی ئه وه تیکرای به های ته رخا نکرا وه ژمارده کریت، ئینجا دووباره ئه وه خه سه له ته دووبارانه ته رخا نه ده کریت وه، ئینجا بۆ ده ستکاری ده کریت له میانه ی زیاد کردنی بری (k) بۆ $(\sum_{i=1}^n d_i^2)$ ، ئه ویش له دۆخی پیشوو تا پیکه وه لکانی هێلی

ساده به ده ست ده هینریت. واته: -

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \left(\sum_{i=1}^n d_i^2 + k \right)}{n(n^2 - 1)} \quad \dots \quad (6.5)$$

k به بریتیه له سه ره می به های دوباره بۆوه، که له میانه ی ئه م ده قه به ده ستمان ده که ویت :-

$$k = \sum_{i=1}^u \frac{m_i(m_i^2 - 1)}{12} \quad \dots \quad (6.6)$$

u بریتیه له ژماره ی بوونی خه سه له ته دوباره کانی هه ردو گوڤاو، m_i بریتیه له ژماره ی دوباره ی خه سه له تی A.

نموونه (4.6): - ئه م داتا یانه ی خواره وه بریتیه له مه زنده ی کۆمه لێک له قوتایانی به شی کارگێری له هه ردو وانه ی کارگێری و ئامار. داواکاری هاوگۆلکه ی پێکه وه لکانی سپێرمان هه ژمار بکه ؟

کارگێری x	نایاب	باشه	نایاب	لاواز	زۆرباشه	ناوه ند	په سه ند
ئامار y	باشه	په سه ند	زۆرباشه	په سه ند	باشه	ناوه ند	ناوه ند

شیکار: - یه که مجار ریزه بندی خه سه له ته کانی هه ریه ک له گۆڤاوه کان به پێی ی به رزبۆوه ده که ی و به های ژماره یی به هه ریه که یان ده ده ی، ئه ویش به م شیوه یه :-

ریزه بندی ئه نجامی وانه ی کارگێری	لاواز	په سه ند	ناوه ند	باشه	زۆرباشه	نایاب	نایاب
ریزه بندی rx_i	1	2	3	4	5	6	7
تیکرا	6.5						

ریزه بندی ئه نجامی وانه ی ئامار	په سه ند	په سه ند	ناوه ند	باشه	باشه	باشه	زۆرباشه
ریزه بندی ry_i	1	2	3	4	5	6	7
تیکرا	1.5		5				

له میانه ی ئه م داتا یانه ی سه ره وه تیبینی بوونی سی دۆخی دوباره ده که ی $u = 3$ ، دۆخی یه که می دوباره بوو نایاب و دوباره بۆته وه $m_1 = 2$ ، دۆخی دووه می دوباره بوو په سه ند و دوباره بۆته وه $m_2 = 2$ و دۆخی سییه می دوباره بوو بریتیه له باشه و سی جار دوباره بۆته وه $3 = 3$ بۆیه به های (k) ده توانی ت به م شیوه یه هه ژمار بکری ت :-

$$k = \sum_{i=1}^3 \frac{m_i(m_i^2-1)}{12} = \frac{m_1(m_1^2-1)}{12} + \frac{m_2(m_2^2-1)}{12} + \frac{m_3(m_3^2-1)}{12}$$

$$= \frac{2(2^2-1)}{12} + \frac{2(2^2-1)}{12} + \frac{3(3^2-1)}{12} = 0.5 + 0.5 + 2 = 3$$

ده توانریت ئەم خشته یه دروست بکهیت:-

کارگیری x	نمار	ریزبهندی rx_i	ریزبهندی ry_i	d_i	d_i^2
نایاب	باشه	6.5	5	1.5	2.25
باشه	پهسه‌ند	4	1.5	2.5	6.25
نایاب	زۆرباشه	6.5	7	-0.5	0.25
لاواز	پهسه‌ند	1	1.5	-0.5	0.25
زۆرباشه	باشه	5	5	0	0
ناوه‌ند	باشه	3	5	-2	4
پهسه‌ند	ناوه‌ند	2	3	-1	1
سه‌رجه‌م				0	14

به به کاره‌تانی ده‌قی (6.5) ئەمە ی خواره‌وه به ده‌ست ده‌هتین :-

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \left(\sum_{i=1}^n d_i^2 + k \right)}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot (14 + 3)}{7(7^2 - 1)} = 1 - \frac{102}{336} = 1 - 0.3036 = 0.6964$$

ئەمەش مانای بوونی په‌یوه‌ندیکی پاسته‌وانه‌ی (موجب) ی به‌هتێز له‌نیوان ئەنجامی مه‌ردوو وانه‌ی کارگیری و نمار ده‌گه‌یه‌نیت.

4.6 :- هاکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی به‌شه‌کی Partial Correlation Coefficient

بریتیه‌ له‌لیکۆلینه‌وه‌ی په‌یوه‌ندی نیوان دوو گۆپاو (X_1 و X_2 بۆنموونه) به‌ دورخستنه‌وه‌ی کارپیکاری گۆپاوی سییه‌م ($r_{23.1}$) له‌سه‌ر مه‌ردوو گۆپاو وه‌یمای ($r_{12.3}$) وه‌رده‌گریت، که ده‌توانریت له‌میانە ی ئەم ده‌قی خواره‌وه به‌ده‌ست به‌هتیریت :-

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}} \quad \dots \quad (6.7)$$

که $(r_{12}$ و r_{13} و r_{23}) بریتیبه له پیکه وه لکانی هیلی ساده له نیتوان دوو گۆپاو، که ده توانریت له میانه ی دهقی (6.3) به دهست بهیتریت. به هه مان پیکا ده توانریت ته مه ش به دهست بهیتریت $(r_{13.2})$ واته پیکه وه لکانی به شی له نیتوان $(X_1$ و $X_3)$ به دوورخستنه وه ی گۆپای دووهم (X_2) به م شیوه یه سه باره ت به $(r_{23.1})$ ، به لام ته گهر بیتو لیکۆلینه وه که له په یوه ندی دوو گۆپای $(X_1$ و $X_2)$ پیک هاتبیت به دوورخستنه وه ی هه ردوو گۆپاو $(X_3$ و $X_4)$ هیما ی $(r_{12.34})$ وه رده گریت، که ده توانریت له میانه ی ته م دهقی خواره وه به دهست بهیتریت:-

$$r_{12.34} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r_{14.3}^2)(1 - r_{24.3}^2)}} \quad \dots \quad (6.8)$$

که بریتیبه له $(r_{12.3}$ و $r_{23.4}$ و $r_{14.3})$ پیکه وه لکانی به شی، که ده توانریت له میانه ی دهقی (6.7) به دهست بهیتریت، به هه مان شتوه ... بۆ دوورخستنه وه ی (k) له گۆپاوه کان واته $(r_{12.3} \dots k)$.

نموونه (5.6):- گریمان (X_1) بریتیبه له خه رجی مانگانه ی خیزان و (X_2) بریتیبه له داهاتی مانگانه و (X_3) بریتیبه له ژماره ی نه دمانانی خیزان، له سه ر بنچینه ی بژارده ی په مه کی (8) خیزان به دهست هاتوه، ته مه ش داتا کانه:-

خه رجی مانگانه X_1	داهاتی مانگانه X_2	ژماره ی نه دمانانی خیزان X_3
300	400	3
700	900	5
250	500	2
850	950	6
650	800	5
540	600	4
200	300	2
450	500	3

داواکاری بریتیه له :-

1. دۆزینه وهی پیکه وه لکانی به شه کی له نیوان (X_1 و X_2) به دوورخستنه وهی کارپگاریی گۆپاوی (X_3).

2. دۆزینه وهی پیکه وه لکانی به شه کی نیوان (X_2 و X_3) به دوورخستنه وهی کارپگاریی (X_1).

3. دۆزینه وهی پیکه وه لکانی نیوان (X_1 و X_3) به دوورخستنه وهی کارپگاریی (X_2).

شیکار :- بۆ دۆزینه وهی پیکه وه لکانی نیوان ههردوو گۆپاوه دوورخستنه وهی کارپگاریی گۆپاوی سییه م، یه که مجار ده بی پیکه وه لکانی هیلی ساده له نیوان دوو گۆپاوه ژمار ده که یین، واته (r_{12} و r_{13} و r_{23})، به م شیوهی خواره وه :-

$$r_{12} = \frac{s_{x_1 x_2}}{s_{x_1} s_{x_2}} = \frac{53360.7622}{(233.3452)(238.9523)} = 0.957$$

$$r_{13} = \frac{s_{x_1 x_3}}{s_{x_1} s_{x_3}} = \frac{340.6205}{(233.3452)(1.488)} = 0.981$$

$$r_{23} = \frac{s_{x_2 x_3}}{s_{x_2} s_{x_3}} = \frac{333.8718}{(238.9523)(1.488)} = 0.939$$

1- بۆ دۆزینه وهی پیکه وه لکانی نیوان (X_1 و X_2) به دوورخستنه وهی کارپگاریی گۆپاوی (X_3) نه مهی خواره وه مان هه به :-

$$\begin{aligned} r_{12.3} &= \frac{r_{12} - r_{13}' r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}} = \frac{0.957 - (0.981) \cdot (0.939)}{\sqrt{(1 - 0.981^2)(1 - 0.939^2)}} \\ &= \frac{0.0358}{\sqrt{(0.0376)(0.1183)}} = \frac{0.0358}{0.0667} = 0.5368 \end{aligned}$$

ئەمەش مانای وایە کە پێکەوه لکانیکی راستەوانەیی بەهێز هەیە و یەكسانە بە (53.68٪) له نێوان خەرجی مانگانە و داھاتی مانگانەیی خێزان بە دوورخستنه‌وه‌ی کارپێگاری گۆپاوی ژمارەیی ئەندامانی خێزان.

2- دۆزینە‌وه‌ی پێکەوه لکانی بەشەکی نێوان (X_2 و X_3) بە دوورخستنه‌وه‌ی کارپێگاری (X_1) ئەمەیی خوارەوه مان هەیە.

$$r_{23.1} = \frac{r_{23} - r_{12}r_{13}}{\sqrt{(1 - r_{12}^2)(1 - r_{13}^2)}} = \frac{0.939 - (0.957) \cdot (0.981)}{\sqrt{(1 - 0.957^2)(1 - 0.981^2)}}$$

$$\therefore r_{23.1} = \frac{0.000183}{\sqrt{(0.0842)(0.0376)}} = \frac{0.000183}{0.0563} = 0.0033$$

ئەمەش مانای بوونی پێکەوه لکانی راستەوانەیی لاواز دەگەیەنێت یەكسانە بە (0.33٪) له نێوان داھاتی مانگانەیی خێزان و ژمارەیی ئەندامانی خێزان، بە دوورخستنه‌وه‌ی کارپێگاری گۆپاوی خەرجی مانگانەیی خێزان.

3- دۆزینە‌وه‌ی پێکەوه لکانی نێوان (X_1 و X_3) بە دوورخستنه‌وه‌ی کارپێگاری (X_2) بەم شیوەی خوارەوه :-

$$r_{13.2} = \frac{r_{13} - r_{12}r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{12}^2)(1 - r_{23}^2)}} = \frac{0.981 - (0.957) \cdot (0.939)}{\sqrt{(1 - 0.957^2)(1 - 0.939^2)}}$$

$$\therefore r_{13.2} = \frac{0.0824}{\sqrt{(0.0842)(0.1183)}} = \frac{0.0824}{0.0998} = 0.8257$$

ئەمەش مانای بوونی پێکەوه لکانی راستەوانەیی بەهێز دەگەیەنێت و یەكسانە بە (82.57٪) له نێوان خەرجی مانگانە و ژمارەیی ئەندامانی خێزان بە دوورخستنه‌وه‌ی کارپێگاری گۆپاوی داھاتی مانگانەیی خێزان.

نمونە (6.6) :- .

پىكەۋەلكانى نىۋان (X_2 و X_1) بەدوورخستنهۋەى كارپىگارىيى (X_3 و X_4) بدۆزەرەۋە، ئەگەر بىتو ئەم زانىارىيانهى خوارەۋەت ھەبىت :-

$r_{12.3} = 0.903$	$r_{14.3} = 0.302$	$r_{24.3} = 0.216$
--------------------	--------------------	--------------------

شىكار :-

$$\begin{aligned}
 r_{12.34} &= \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r_{14.3}^2)(1 - r_{24.3}^2)}} \\
 &= \frac{0.903 - (0.302)(0.216)}{\sqrt{(1 - 0.302^2)(1 - 0.216^2)}} \\
 &= \frac{0.8378}{\sqrt{(0.9088)(0.9533)}} = \frac{0.8378}{0.9308} = 0.90
 \end{aligned}$$

ئەمەش ماناى ئەۋەيە، كەپىكەۋەلكانى راستەۋانەى بەھىز ھەيەۋ يەكسانەبە (90%).
لەنىۋان (X_2 و X_1) بەدوورخستنهۋەى ھەردوۋگۆپاۋى (X_3 و X_4).

5.6 :- ھاۋكۆلكەى پىكەۋەلكانى فرەيى :- Multiple Correlation Coefficient

زۆر جارتىيىنى ئەۋە دەكەين، ئەۋ گۆپانەى كە لەدىاردەيەك پوودەدات، پەنگە بەھۆى گۆپانى كۆمەلىك دىاردەى دىكە بەيەكەۋەبىت، نەك بەھۆى تاكە دىاردەيەكەۋە، ۋەك كاتىك لىكۆلىنەۋە لەھاۋكۆلكەى پىكەۋەلكانى ھىلى سادە دەكەين. لەسەر ئەم بنچىنەيەدا، ئەۋا گۆپان لەخەرجىيەكان پەنگە بەھۆى گۆپانى داھات و سەربارى گۆپان لەژمارەى ئەندامانى خىزانەۋە بىت، ھەروەھا گۆپان لەبەرھەمدارى دۆنىك لەگەنم يان جۆ پەنگە كارپىگار بىت بەگۆپان لەجۆرى تۆى باشى و گۆپان لەبېرى بارانى سالانەۋ گۆپان لەپىژەى خۆى لەزەۋيدا... ھتد بىت. بۆيە دەتوانىن پىناسەى پىكەۋەلكانى فرەيى بەۋە بكەين، كە برىتييە لە پىۋانەكردنى ھىزى پەيۋەندى نىۋان گۆپاۋىك لەلايەك و ژمارەيەك گۆپاۋى تر لەلايەكى دىكە (زىاترلەگۆپاۋىك) لەلايەكى دىكە، بۆنمونە ھىماى ($r_{1.23}$)

بۆداده نرئیت، ئەمەش مانای پێکەوه لکانی فرەیی بژاردە یەکە لە نۆیان گۆپاوی (X_1) لە گەڵ هەریەک لە گۆپاوی دووهم و سێیەم بە یەکەوه بێت، یان ($r_{1.234}$) مانای پێکەوه لکانی بژاردە یەکە لە نۆیان گۆپاوی (X_1) لە گەڵ سێ گۆپاوی دیکە بە یەکەوه دەگەیەنێت بە هەمان شێوە تا ($r_{1.23 \dots k}$)، کە مانای پێکەوه لکانی فرەیی لە نۆیان (X_1) لە گەڵ (k) لە گۆپاوه لکانی دیکە بە یەکەوه دەگەیەنێت. دەتوانرێت پێکەوه لکانی فرەیی لە نۆیان (X_1) لە لایەک و (X_2) سەر باری (X_3) لە لایەکی دیکە هەژمار بکەیت، ئەویش بە پشت بەستن بەم دەقە ی خوارەوه:-

$$r_{1.23} = \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12} \cdot r_{13} \cdot r_{23}}{1 - r_{23}^2}} \quad ; \quad r_{23} \neq \mp 1 \quad \dots \quad (6.9)$$

هەروەها دەتوانرێت هەژماری پێکەوه لکانی بەشەکی بەم شێوە ی خوارەوه بکەیت:-

$$r_{1.23} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)} \quad \dots \quad (6.10)$$

دەتوانرێت هەژماری ($r_{1.234}$) لە پێکەوه لکانی بەشەکی لە میانە ی ئەم دەقە ی خوارەوه بکەیت:-

$$r_{1.234} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2)} \quad \dots \quad (6.11)$$

بە هەمان شێوە تادە گاتە ($r_{1.23 \dots k}$)، دەتوانرێت لە میانە ی ئەم دەقە ی خوارەوه

بە دەست بیهێنرێت :-

$$r_{1.234} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2) \dots (1 - r_{1k.23 \dots k-1}^2)} \quad \dots \quad (6.12)$$

نموونه (7.6) :- بە پشت بەستن بە نموونه ی (5.6) هاو کۆلکە ی پێکەوه لکانی فرەیی لە نۆیان (X_1) لە لایەک و (X_2) و (X_3) لە لایەکی دیکە بدۆزەرەوه، هەروەها هاو کۆلکە ی پێکەوه لکانی فرەیی لە نۆیان (X_1) لە لایەک و (X_2) و (X_3) لە لایەکی دیکە بدۆزەرەوه، هەروەها هاو کۆلکە ی پێکەوه لکانی فرەیی لە نۆیان (X_2) لە لایەک و (X_1) و (X_3) لە لایەکی دیکە بدۆزەرەوه.

شیکار :- له میانه‌ی نمونه‌ی (5.6) ئەمانه‌ی خواره‌وه مان هه‌یه :-

$r_{23.1} = 0.0033$	$r_{13.2} = 0.8257$	$r_{23} = 0.939$	$r_{13} = 0.981$	$r_{12} = 0.957$
---------------------	---------------------	------------------	------------------	------------------

پێکه‌وه‌لکانی فره‌یی له‌نیوان خه‌رجی مانگانه له‌لایه‌ك و داها‌تی مانگانه و ژماره‌ی ئەندامانی خه‌یزان له‌لایه‌کی دیکه ده‌توانرێت له‌میانه‌ی ئەمانه‌ی خواره‌وه به‌ده‌ست به‌ئێتریت :-

$$\begin{aligned}
 r_{1.23} &= \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12} \cdot r_{13} \cdot r_{23}}{1 - r_{23}^2}} \\
 &= \sqrt{\frac{0.957^2 + 0.981^2 - 2(0.957)(0.981)(0.939)}{1 - 0.939^2}} \\
 &= \sqrt{\frac{0.1151}{0.1183}} = 0.9865
 \end{aligned}$$

ئهمه‌ش مانای ئەوه‌یه، كه‌پێکه‌وه‌لکانی راسته‌وانه‌ی به‌هه‌یز كه‌یه‌كسانه به‌(98.65٪) له‌نیوان خه‌رجی مانگانه‌ی خه‌یزان له‌لایه‌ك و داها‌تی مانگانه‌ی خه‌یزان و ژماره‌ی ئەندامانی خه‌یزان له‌لایه‌کی دیکه هه‌یه.

ده‌توانرێت له‌میانه‌ی پێکه‌وه‌لکانی به‌شه‌کی هه‌ژماربکریت، ئه‌ویش به‌م شه‌وه‌ی خواره‌وه :-

$$\begin{aligned}
 r_{1.23} &= \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)} \\
 &= \sqrt{1 - (1 - 0.957^2)(1 - 0.8257^2)} \\
 &= \sqrt{1 - (0.0842)(0.3182)} = 0.9865
 \end{aligned}$$

ده‌توانرێت له‌میانه‌ی ئەم ده‌قه‌ی خواره‌وه هه‌ژماربکریت :-

$$\begin{aligned}
 r_{2.13} &= \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{23.1}^2)} \\
 &= \sqrt{1 - (1 - 0.957^2)(1 - 0.0033^2)} \\
 &= \sqrt{1 - (0.0842)(0.99999)} = 0.957
 \end{aligned}$$

ئەمەش ماناي ئەو ھەيە، كە پىكە ۋە لكانىكى راستەوانى بە ھىز ھەيە، كە يەكسانە بە (95.7%) لە نىوان داھاتى مانگانەى خىزان لە لايەك و لە لايەكى دىكە خەرجى مانگانەى خىزان و ژمارەى ئەندامانى خىزان لە لايەكى دىكە ۋە.

نمونه (8.6): - ئەمانەى خوارە ۋە داتايە لە بارەى بەرھەمدارى دۆنمىك لە گەنم (X_1) و بېرى تۆى بە كارھىتئراو (X_2) و بېرى باران و (X_3) پىژەى خۆى لە زەوى (X_4): -

x_4	x_3	x_2	x_1
4	82	67	23
3	98	89	34
2	108	99	42
5	88	83	35
1	110	100	60
2	102	90	45

داواكارى برىتییە ئە :-

1- پىكە ۋە لكانى ھىلى سادە ھەژمار بکە لە نىوان بېرى بەرھەمدارى يەك دۆنم و بېرى تۆى بە كارھىتئراو.

2- پىكە ۋە لكانى بەشەكى لە نىوان بېرى بەرھەمدارى يەك دۆنم و بېرى تۆى بە كارھىتئراو بە دوور خستەنە ۋەى كارپگەرى بېرى بارانى سالانە ھەژمار بکە.

3- پىكە ۋە لكانى بەشەكى لە نىوان بېرى بەرھەمدارى يەك دۆنم و بېرى تۆى بە كارھىتئراو بە دوورخستەنە ۋەى كارپگەرى بېرى بارانى سالانە و پىژەى خۆى لە زەوىدا ھەژمار بکە.

4- پىكە ۋە لكانى فرەيى لە نىوان بېرى بەرھەمدارى يەك دۆنم لە لايەك و بېرى تۆى بە كارھىتئراو و بېرى بارانى سالانە و پىژەى خۆى لە زەوى لە لايەكى دىكە ھەژمار بکە.

شیکار :-

1- هه ژمارکردنی (r_{12}) به م شیوهیه :-

x_4	x_3	x_2	x_1
4	82	67	23
3	98	89	34
2	108	99	42
5	88	83	35
1	110	100	60
2	102	90	45

ئهمه ش مانای ئه وهیه که پێکه وه لکانیکی راسته وانهی به هیز له نیتوان بپری به ره همداری به ک دۆنم و بپری تۆی به کارهیتراو دا هیه، که به کسانه به (85.6٪)

2- هه ژمارکردنی ($r_{1.23}$) ئه ویش به م شیوهی خواره وه :-

یه که مجار پتیوستی مان به هه ژمارکردنی (r_{13} و r_{23}) هیه :-

$$r_{13} = \frac{s_{x_1 x_3}}{s_{x_1} s_{x_3}} = \frac{120.3832}{(12.4807)(11.0996)} = 0.869$$

$$r_{23} = \frac{s_{x_2 x_3}}{s_{x_2} s_{x_3}} = \frac{129.5497}{(12.1326)(11.0996)} = 0.962$$

بۆیه :-

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}} = \frac{0.856 - (0.869) \cdot (0.962)}{\sqrt{(1 - 0.869^2)(1 - 0.962^2)}}$$

$$= \frac{0.02}{\sqrt{(0.2448)(0.0746)}} = \frac{0.02}{0.1351} = 0.148$$

ئهمه ش مانای ئه وهیه، که پێکه وه لکانی راسته وانهی لاوازی به کسانه به (14.8٪) له نیتوان به ره همداری به ک دۆنم له زهوی له گه ل بپری تۆی به کارهیتراو به دورخستنه وهی کارپه گهری بپری بارانی سالانه هیه.

3- هه ژمارکردنی ($r_{12.34}$) به م شیوهی خواره وهیه، سه ره تا پتیوستمان به هه ژمارکردنی ($r_{14.3}$) و ($r_{24.3}$) هیه :-

$$r_{14.3} = \frac{r_{14} - r_{13}r_{43}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{43}^2)}} = -0.096$$

$$r_{24.3} = \frac{r_{24} - r_{23}r_{43}}{\sqrt{(1 - r_{23}^2)(1 - r_{43}^2)}} = 0.958$$

بۆیە:-

$$\begin{aligned} r_{12.34} &= \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r_{14.3}^2)(1 - r_{24.3}^2)}} \\ &= \frac{0.148 - (-0.096)(0.958)}{\sqrt{(1 - (-0.096)^2)(1 - 0.958^2)}} \\ &= \frac{0.24}{\sqrt{(0.9908)(0.0822)}} = \frac{0.24}{0.2854} = 0.841 \end{aligned}$$

ئەمەش مانای ئەوەیە كە پێكەوه لكانتیكى راستەوانەى بەهێز كە بەكسانە بە (84.1٪) لەنتوان بپى بەرەمدارى بەك دۆنم و بپى تۆى بەكارهێنراو ھەيە بەدوورخستەنەوھى كاریگەرى ھەردوو گۆپاوى بپى بارانى سالانەو پێژەى خۆى لەزەویدا.

4- ھەژمارکردنى ($r_{1.234}$) بەم شێوەى خوارەوھ:-

یەكەمجار پێویستمان بەھەژمارکردنى ($r_{13.2}$) و ($r_{14.23}$) دەبێت:-

$$\begin{aligned} r_{1.234} &= \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2)} \\ &= \sqrt{1 - (1 - 0.856^2)(1 - 0.323^2)(1 - (-0.826)^2)} \\ &= \sqrt{1 - (0.2673)(0.8957)(0.3177)} = \sqrt{0.9239} = 0.961 \end{aligned}$$

ئەمەش مانای بوونی پێكەوه لكانى راستەوانەى بەهێز لەنتوان بپى بەرەمدارى بەك دۆنم لەگەنم لەلایەك و بپى تۆى بەكارهێنراو و بپى بارانى سالانەو پێژەى خۆى لەزەوى بەیەكەوھ لەلایەكى دیکەوھ ھەيە، كە بەكسانە بە (96.1٪).

6.6 :- پیکه وه لکانی خه سه له ته کان :- Correlation between Attributes

بریتیه له و پیکه وه لکانه ی که پالپشته به بوونی دابه شکردنی دوو باره یی جوته بۆ دوو گۆپاو له جۆری باسه نی (یه کیکیان یان ههردووکیان له جۆری باسه نینه) بۆیه ناتوانریت هاوکۆلکه ی پیکه وه لکانی سپێرمان به کار به یئێریت (چونکه شایسته ی پیزیه ندی به شیوه ی به رزبۆوه یان نزم بۆوه نییه) هه ر بۆیه پێویستمان به پێوه رێکی دیکه ده بیت، بۆئهم دۆخه وه ک هاوکۆلکه ی هاوکۆک یان هاوکۆلکه ی نزیک بوون (ههروه ها پێوه ری دیکه ش که لێره دا بوار نییه باسیان بکه یین)، ئهمه ش به م شیوه ی خواره وه یه :-

ا- هاوکۆلکه ی هاوکۆک :- Coefficient of Contingency

ده توانریت هاوکۆلکه ی هاوکۆک بۆ داتا ریزکراوه باسه نییه کان، که شایسته ی پیزیه ندی نییه بدۆزیتوه، ئه ویش له میانه ی دروست کردنی ئهم خشته هاوکۆکیه یی خواره وه :-

نَاسِٲه کان y					نَاسِٲه کان	
سهرجه م	y_m	...	y_2	y_1	x_1 x_2 \vdots x_k	نَاسِٲه کان x
$T_{1.}$	f_{1m}	...	f_{12}	f_{11}		
$T_{2.}$	f_{2m}	...	f_{22}	f_{21}		
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots		
$T_{k.}$	f_{km}	...	f_{k2}	f_{k1}		
$T_{km} = n$	$T_{.m}$...	$T_{.2}$	$T_{.1}$	سهرجه م	

به مه ش ده توانین هاوکۆلکه ی هاوکۆک (C) به پشت به ستن به پۆلی ئاسۆیی یان پۆلی ستوونی له خشته ی هاوکۆک به ده ست به یئین ئه ویش له رێگای ئهم ده قه ی خواره وه :-

$$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}} \quad \dots \quad (6.13)$$

که (r) ده توانریت به ده ستی به یئین له میانه ی کۆکردنه وه ی به های ئاسۆیی، واته :-

$$r = \sum_{j=1}^k r_j$$

ههروهه بهای (rj) به دهست دههتريت، له ميانه ئى ئه دهقهى خوارهوه :-

$$r_j = \frac{1}{T_{j.}} \sum_{i=1}^m \frac{f_{ji}^2}{T_{.i}} \quad \dots \quad (6.14)$$

نموونه (9.6): ئه خسته بهى خوارهوه ژمارهى پووداوه كانى هاتووچۆ ديارى دهكات، كه له به كۆك له شاره كان پووداوه، ئه ویش له ميانه ئى ماوه به كى زه مينيدا، كه دابه شپروه به پى ئى پووداوه و دۆخى كهش و ههوا، داواكارى هه ژمارى هاوكۆكه ئى هاوكۆك بكه ؟

سدرجه م	وهه گهران	به ريه ككه وتن	دهس	جۆرى كهش و پووداوه	جۆرى ههوا
28	5	8	15	پۆزى ناسايى	
45	15	25	5	باراناوى	
53	20	23	10	ته ماوى	
126	40	56	30	سدرجه م	

شيكار :- به كه مجار هه ژمارى بهه ئى (rj) دهكه ئى له دهقهى (6.14) ئه ویش به م شپروه

خوارهوه :-

$$r_j = \frac{1}{T_{j.}} \sum_{i=1}^m \frac{f_{ji}^2}{T_{.i}}$$

$$r_1 = \frac{1}{T_{1.}} \sum_{i=1}^3 \frac{f_{1i}^2}{T_{.i}} = \frac{1}{28} \left(\frac{15^2}{30} + \frac{8^2}{56} + \frac{5^2}{40} \right) = \frac{9.2679}{28} = 0.331$$

$$r_2 = \frac{1}{T_{2.}} \sum_{i=1}^3 \frac{f_{2i}^2}{T_{.i}} = \frac{1}{45} \left(\frac{5^2}{30} + \frac{25^2}{56} + \frac{15^2}{40} \right) = \frac{17.619}{45} = 0.3915$$

$$r_3 = \frac{1}{T_{3.}} \sum_{i=1}^3 \frac{f_{3i}^2}{T_{.i}} = \frac{1}{53} \left(\frac{10^2}{30} + \frac{23^2}{56} + \frac{20^2}{40} \right) = \frac{22.7798}{53} = 0.4298$$

بۆیە:-

$$r = \sum_{j=1}^k r_j = r_1 + r_2 + r_3 = 0.331 + 0.3915 + 0.4298 = 1.1523$$

ئەوا ھاوڭۆلكەى ھاوڭۆك بەدەست دەھىنریت لەمیانەى (6.13)، ئەویش بەم شىوہى خوارەوہ:-

$$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}} = \sqrt{\frac{1.1523-1}{1.1523}} = 0.3636$$

ئەمەش مانای ئەوہیە، كە پێژەى ھاوڭۆك. بریتىيەلە (36.36٪) لە نىوان دۆخى كەش و ھەواو جۆرى پووداوەكە.

تېيىنى :- بە ھای ھاوڭۆلكەى ھاوڭۆك دەكەوێتە نىوان سفرو ژمارە (1) يەك، ناتوانریت ھەژمار بكریت كاتىك بە ھای (C) دەكەوێتە نىوان سفرو (1) يەك.

ب- ھاوڭۆلكەى لىكنزىكبوون :- Coefficient of Association

دۆخمان لە كەردەى ھەژماركردنى ھەيە، ئەوانیش بریتىيەلە:-

يەكەم :- لە دۆخى بوونى دوو ناست بۆ ھەريەك لە گۆراوێكدە :-

ھاوڭۆلكەى لىكنزىكبوون پێوانەى پەيوەندى نىوان دوو گۆراوو دوو پىزى ناسۆيى كە ناتوانریت رىزبەند بكریت دەكات (يان پەنگە يەكێكيان يان ھەردووکیان شایستەى رىزبەندى بن) داتاكانیان لە خشتەى بەقەبارەى (2*2) بەتال دەكریت. بۆنموونە پەگەزى (كوپوگچ)، توانستى بەجێھێنانى كار (باش، خراپ) خشتەى ھاوڭۆك بەم شىوہى خوارەوہ دەبێت:-

ناستەكان y			ناستەكان	
سەرچەم	y ₂	y ₁	x ₁ x ₂ سەرچەم	ناستەكان x
f _{1.}	f ₁₂	f ₁₁		
f _{2.}	f ₂₂	f ₂₁		
n	f _{.2}	f _{.1}		

بە پشت بەستن بە خشتەى ھاوڭۆك ھاوڭۆلكەى لىكنزىكبوون لەمیانەى ئەم دەقەى خوارەوہ دەردەھىنریت:-

$$C.A_2 = \frac{f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}}{f_{11} \cdot f_{22} + f_{12} \cdot f_{21}} \quad \dots \quad (6.15)$$

نمونه (10.6): ئەم خشتەى خوارەو ژیماڤەى كۆپو كچە بە ژداربووكانى توانستى وانه بىژى پوون دەكاتهو. داواكارى هاوگۆلكەى لىكنزىكبوون لە نىوان پەگەزو توانستى وانه بىژى هە ژمار بکە :-

پەگەز	توانستى وانە بىژ	باشە	خراپە	سەرچەم
نیر		40	25	65
مى		30	15	45
سەرچەم		70	40	110

شیکار :- دەتوانریت هاوگۆلكەى لىكنزىكبوون لە میانەى دەقى (6.15) هە ژمار بکړیت،
ئەویش بەم شیوەى خوارەو :-

$$C.A_2 = \frac{f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}}{f_{11} \cdot f_{22} + f_{12} \cdot f_{21}} = \frac{(40)(15) - (25)(30)}{(40)(15) + (25)(30)} = \frac{-150}{1350} = -0.1111$$

ئەمەش مانای ئەوەیە کە پێکەوه لکانى پێچەوانەى لاواز لە نىوان پەگەزو توانستى وانه بىژى هەیه.

تێبینى :- بەهاى هاوگۆلكەى لىكنزىكبوون دەكەوتتە نىوان (1 و -1).

دووهم :- ئەدۇخى بوونى دوو ناست یان زیاتر بۆهەریە كێك ئەگۆراوهكان :-

دەتوانریت هاوگۆلكەى لىكنزىكبوون هە ژمار بکړیت بە پشت بەستن بە خشتەى هاوگۆك (kxm) کە لە سەرەو پوون کراو تهو، ئەویش لە میانەى جى بە جى ئەم دەقى خوارەو :-

$$C.A_G = \frac{\sum_{i=1}^m f'_{ij} + \sum_{j=1}^k f''_{ij} - T'_{.i} - T'_{.j}}{2n - (T'_{.i} + T'_{.j})} \quad \dots \quad (6.16)$$

که :-

f'_{ij} :- بریتییە لە گەورەترین دووبارەیی ئەو ستوونە .

f''_{ij} :- بریتییە لە گەورەترین دووبارەیی لە ئاسۆیی .

$T'_{.i}$:- بریتییە لە گەورەترین سەرچەم لە نێو سەرچەمەکانی ریزی ستوون .

$T'_{.j}$:- بریتییە لە گەورەترین سەرچەم کە لە نێو سەرچەمەکانی ریزی ئاسۆیی

نمونه (11.6) :- ئەم داتایانەی خستە ی هاوکۆک لە نمونە (9.6)، هاوکۆکە ی

لێکنزیکبون بدۆزەرەو .

شیکار :- دەست بەدروست کردنی ئەم خستە یە دەکەین :-

دۆخی کەش و هەوا	جۆری پووداو	دەس	بەرێه ککەوتن	وەرگەران	سەرچەم	گەورەترین دوو بارە لە ستوون	گەورەترین سەرچەم لە ئاسۆیی
پۆژی ئاسایی		15	8	5	28	15	---
باراناوی		5	25	15	45	25	---
تەماوی		10	23	20	53	23	53
سەرچەم		30	56	40	126	63	---
گەورەترین دوو بارە لە ستوون		15	25	20	60		
گەورەترین دوو بارە لە ئاسۆیی		---	56	---	---		

لە میانە ی خستە ی هاوکۆک و جی بە جی کردنی دەقی (6.16) هاوکۆکە ی لێکنزیکبون

بە م شێوە ی خوارەو بە دەست دەهێنین :-

$$C.A_G = \frac{\sum_{i=1}^m f'_{ij} + \sum_{j=1}^k f''_{ij} - T'_{.i} - T'_{.j}}{2n - (T'_{.i} + T'_{.j})}$$

$$= \frac{60 + 63 - 56 - 53}{2(126) - (56 + 53)} = \frac{14}{143} = 0.0979$$

مەرەها جۆری دیکە لە هاوکۆکە ی هاوکۆک و لێکنزیکبونی سی ئاراستە و چوار

ئاراستە... هەند وەرەگریت. کە یار نییە لە م کتیبە دا ئاماژە ی پێ بکریت.

راهینانی بهشی شه شه

1.6- مه بهست له هاوکلکە پیکه وه لکانی هیلێ ساده چیه؟

2.6- هاوکلکە پیکه وه لکانی هیلێ ساده له نیوان داهات و خهرجیه کان له میانه ی ماوه یه کی دیاریکراو له فهرمانگه ی کاره بای هه ولێر بدۆزه ره وه شه ویش له میانه ی شه خشته ی خواره وه :-

66	55	50	33	46	34	23	داهات
45	40	35	22	30	25	12	خه رجیه کان

3.6- هاوکلکە پیکه وه لکانی هیلێ ساده له نیوان توانستی په رستیار له میانه ی تا قی کردنه وه بۆحه وت په رستیار له به رامبه ر ژماره ی ساله کانی شاره زایی بدۆزه ره وه شه ویش به م شیوه ی خواره وه یه :-

توانستی X	نایاب	باشه	زۆرباشه	لاواز	زۆرباشه	ناوه ند	په سه ند
ساله کانی شاره زایی Y	20	15	18	7	12	12	12

4.6- هاوکلکە پیکه وه لکانی هیلێ ساده له نیوان شه نجامی تا قی کردنه وه ی توانستی زمانی ئینگلیزی و ناستی خویندن بۆشه ش پێشکه شکاری کارکردن بدۆزه ره وه که به م شیوه ی خواره وه یه :-

توانستی X	ناوه ند	زۆرباشه	لاواز	باشه	نایاب	په سه ند
ناستی خویندن Y	سه ره تایی	ناوه ندی	ناماده یی	ماسته ر	دکتۆرا	به کالۆریۆس

5.6- شه خشته ی خواره وه داتا کانی پێنج به ریۆبه ر دیار ده کات که بریتیه له نازناوی کارکردن (A) و لیته اتووی زانستی (B)، شاره زایی زانستی (C) :-

نازناوی کارکردن A	1	2	3	4	5
لیته اتووی زانستی B	3	4	2	1	5
شاره زایی زانستی C	2	4	9	13	12

داواکاری بریتیه له :

- 1- هاوکلکە پیکه وه لکانی به شه کی له نیوان نازناوی کارکردن و لیته اتووی زانستی به دوورخسته وه ی کارپێگاریی شاره زایی زانستی بدۆزه ره وه .
- 2- هاوکلکە پیکه وه لکانی به شه کی له نیوان لیته اتووی زانستی و شاره زایی زانستی به دوورخسته وه ی نازناوی کارکردن بدۆزه ره وه .
- 3- هاوکلکە پیکه وه لکانی به شه کی له نیوان نازناوی کارکردن و شاره زایی زانستی به دوورخسته وه ی کارپێگاریی لیته اتووی زانستی بدۆزه ره وه .

6.6- شه گه ر شه داتا یانه ی خواره وه ت هه بیته :-

6	5	4	3	2	X
2-	0	2	4	6	Y
78	65	42	34	20	Z
1	5-	2	3-	0	V

ئەمانەت خوارەو بەدۆزەرەو: -

3	2	1
$r_{vz.xy}$	$r_{xz.yv}$	$r_{xy.zv}$

7.6: - ئەمەى خوارەو ئەنجامى ئەزمونى دوو جۆر تۆى چاندنەو کارپىگەرى لەزىدبونى بېرى بەرەمى تەماتە ەبە، بەگىمانى چەسپاوى بارودۆخى ئەزمونىگەرى دىكەلە (200) پارچە زەوى كشتوكالى دىكە: -

ئاسايى	باوەپىنگراو	جۆرى تۆى چاندن	بېرى بەرەم
40	70		لە سەرۆى ناوەند
35	55		لە خوارۆى ناوەند

داواكارى: - ەزمارى ھاكۆلكەى ھاكۆك و لىكنىكبون لەنتوان بېرى بەرەم و جۆرى تۆى چاندن بکە.

8.6: - ئەمەى خوارەو دابەشکردنى دووبارەىى دوو لایەنەبە بۆ ژمارەى بوومە لەرزەكان، كەلەسەرانسەرى جىهان لەماوەبەكى ديارىكراو پوويانداوەو دابەش بوومە بەپىى ى ەئىزى بوومە لەرزەكە بەپتۆەرى پىختەر (كەلەتۆ پلە پىك ەاتوو) و ئەو زىانانەى كەلەبوومە لەرزەكان بۆتەو: -

زىانەكان	پلە	كەمتر لە 5	5-	6-	7-	8-9
كەم		12	4	2	--	--
مام ناوەند		--	1	4	7	--
گەورە		--	--	1	10	13

داواكارى: - ھاكۆلكەى ھاكۆك و لىكنىكبون لەنتوان ەئىزى بوومە لەرزەو ئەو زىانانەى لەبوومە لەرزەكە كەوتۆتەو بەدۆزەرەو؟

به‌شی‌حه‌وته‌م
شیک‌ردنه‌وه‌ی‌ لارییوون
Regression Analysis

1.7: - پېشەګۍ :-

له مه وېش هاوګډلګۍ پټګه وه لګانمان باس کړد، که پټوانه یې پرو ئاراسته یې پټګه وه لګانې دوو ګډپاو ده کات، به لام پرنګه توپژر پټوېستی به زانینې زیاتر له په یوه نډې پټګه وه لګانې نه و دوو ګډپاوه ه بېت، بۆنمونه پرنګه پټوېستی به پېشبینې کړدن (Prediction) بۆ پرفتاری یه کټک له ګډپاوه کان ه بېت، نه ویش له پوانګه یې کاریګه ربوون به ګډپاویکی دیکه یان ژماره یه ک ګډپاوی دیکه ه بېت، ه روه ها نه ګر بېتو ژماره یه ک ګډپاومان ه بېت، پرنګه لای توپژر ژاره زووی نه وې ه بېت تابزانیت مه وډای کاریګه یې هر ګډپاویک له ګډپاوه کان له سر ګډپاوه کانې دیکه چهنډ بېت، نه و ګډپاوه ش که توپژر ژاره زووی نه و ده کات لټکولینه وه له پرفتارو زانینې مه وډای کاریګه یې به ګډپاوه کانې دیکه بکات نه مېش پټی ده ګوتړیت ګډپاوی ناسه ربه خۆ، ه روه ها ګډپاوی دیکه، که کاریګه یې له سر پرفتاری ګډپاوی ناسه ربه خۆ (Dependent Variable) ه یه، که پټی ده ګوتړیت ګډپاوی سه ربه خۆ (Independent Variable)، بۆیه شیکردنه وې لاریبوون پشت به بوونې ګډپاویکی ناسه ربه خۆ و ګډپاویک یان ژماره یه ک ګډپاوی سه ربه خۆ ه یه .

2.7: - ئامانجه کانې شیکردنه وې لاریبوون :-

1- لټکولینه وه له په یوه نډې نیوان دوو ګډپاو له سر شټوه یې په یوه نډې دالی ده کات، به جۆړیک ده توانړیت ګډپانې یه کټکیان له سر بنچینه یې کاریګه یې نه وې تر بزانړیت، واته لټکولینه وه بۆ ئامانجې پېشبینې کړدنې پرفتاری ګډپاوی ناسه ربه خۆ یه له پوانګه یې کاریګه یې به ګډپاویک یان ګډپاوه سه ربه خۆ کان ه و ده کات، واته ده توانړیت پېشبینې ګډپانې ګډپاوی ناسه ربه خۆ له سر بنچینه یې زانینې ګډپان له ګډپاوه سه ربه خۆ کان بکړیت نه و په یوه نډیه دالیه ش به شټوه یې خواره وه دنوسړیت :-

$$y = f(x)$$

2- نه و ده داته ده سته وه، که مه وډای پشکدارې هر ګډپاویکی سه ربه خۆ له مه وډای جیاکاری دایه، یان ګډپانکاری دروست بوو له ګډپاوی ناسه ربه خۆ دا .

3- پټوانه کړدنې مه وډای پټکه وه لکانی هه مووه کی له نټوان گټپاوی ناسه ربه خو گټپاوه سهره خو کانه وه.

4- نه نجامدانی زنجیره یه که له نه زمونی گریمانی بډ هه ربه که له په یوه نډیانه ی که له خاله کانی پټشو و ناماژهی پټکراوه.

تییڼی :- پټیسته جیاوازی له نټوان شیکردنه وه ی پټکه وه لکان و شیکردنه وه ی لاریبون بکړیت، بډ نه وه ی تټکه لی له نټوانیان دروست نه بیت. سهره پای بوونی به یه کچون له نټوان په یوه نډی ماتماتیکی له نټوان پټکه وه لکان و لاریبون، به لام جیاوازی بیان له م خالنه ی خواره وه لی ده بینریت :-

1- مهرجی نه وه له شیکردنه وه ی لاریبون هه یه، که په یوه نډی دالی له نټوان گټپاوه کان هه یه، که چی نه و مهرجه له شیکردنه وه ی پټکه وه لکان نییه.

2- مهرجی نه وه له دڅی پټکه وه لکان هه یه که داتای هه موو گټپاوه کان دابه ش کراوه به شیوه ی سروشتی، که چی شیکردنه وه ی لاریبون نه وه یه، که به های گټپاوی ناسه ربه خو ده بی به شیوه ی سروشتی دابه ش بکړیت.

3- شیکردنه وه ی پټکه وه لکان بریتییه له پټپوره کی باسهنی، که چی شیکردنه وه ی لاریبون بریتییه له پټپوره کی ژماره یی . لیتره دا نمونه ی زږمان هه یه که ده توانریت له سهره بابته ی شیکردنه وه ی لاریبون چی به چی بکړیت، وه که په یوه نډی نټوان به ره می کشتوکالی و بری بارانی باریوو، واته هه رکاتیک بری باران زیاد بکات، نه و پټشبینی زیاد بوونی به ره می کشتوکالی ده کړیت. هه روه ها لیکنولینه وه له مه وډای کاریگره ی گټپان له داهاتی مانگانه ی خیزان له سهره گټپان له خهرجی مانگانه ی خیزان ده کړیت، هه روه ها لیکنولینه وه له جگره کټشان و کاریگره یی له سهره نه خو شی سییه کان... هتد ده کړیت. سه باره ت به جوړه کانی لاریبون نه و بریتییه له لاریبون ساده (تاکه گټپاویکی سهره خو یه) و لاریبون فره یی (زیاتره له گټپاویکی سهره خو) نه مه ش دابه ش ده بیت بډ هیلی (گټپاویکی سهره خو یه که نیسی یه کسانه به یه که)، به لام ناهیلی (گټپاویکی سهره خو یه که نیسی یه که ی له ژماره یه که گوره تره یان لوگاریتم ده بیت... هتد).

3.7: - لاریبونی هیلی ساده: Simple Linear Regression

لاریبونی هیلی ساده بریتیه له کردی مه زندهی په یوهندی هیلی له نیتوان دوو گۆپاویه کتکیان سهره خۆو ئوی تریان ناسهره خۆیه. هه ر وه کو له م مۆدیلای لاریبون به دیار ده که ویت:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad \dots \quad (7.1)$$

(y_i) بریتیه له بینهره کانی گۆپاوی ناسهره خۆ(وهک خهرجی مانگانهی خیزان)، له بهرامبه ر ئوه دا (x_i) بریتیه له بینهره کانی گۆپاوی سهره خۆ(وهک داهااتی مانگانهی خیزان)، هه روه ها (ε_i) بریتیه له هه له ی په مه کی (پبویسته له مۆدیلدا هه بیت، چونکه په یوهندی ته وای له نیتوان هه ر دوو گۆپاودا نییه) ئه مه ش بریتیه له و گۆپانانهی پوو ده دات له گۆپانی گۆپاوی ناسهره خۆ له ئه نجامی کارپئگاریی گۆپاوه کانی دیکه (بیجگه له گۆپاوی سهره خۆ)، که لیکۆلینه وهی له باره یه وه ناکریت، هه روه ها (B_0) و (B_1) بریتیه له نیشانهی مۆدیلی لاریبونی هیلی ساده بۆ کۆمه لگاو یه کیک له پئنگا کانی مه زنده کردن بۆ مه زندهی نیشانه کانی هیلی لاریبونی ساده بۆ بژارده به کار ده هیتریت، وهک پئگای چوار لای بچوکی ئاسایی (OLS)، واته مه زندهی نیشانه کانی مۆدیل به م شیوهیه ده بیت:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \quad \dots \quad (7.2)$$

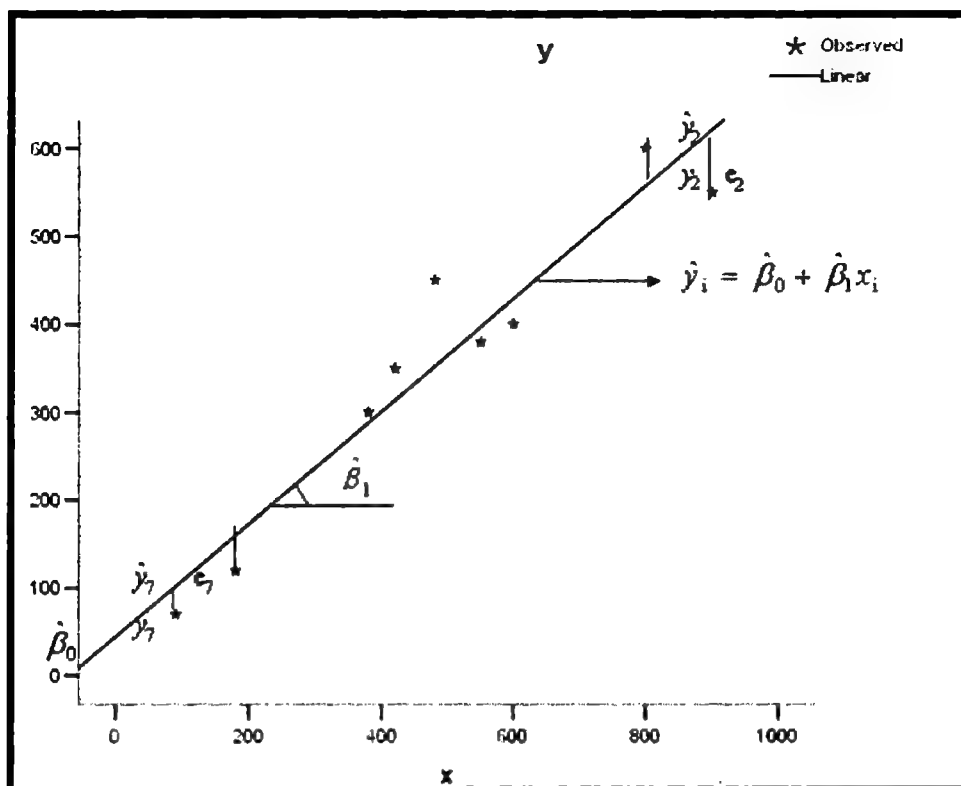
(\hat{y}_i) بریتیه له به های مه زنده کراوی گۆپاوی ناراسته وخۆ له میانهی مۆدیلی مه زنده کراوی سهره وه (B_0 و B_1) که بریتیه له نیشانهی مۆدیلی مه زنده کراوی بژارده، که ده توانریت له میانهی ئه م دوو ده قه ی خواره وه مه زنده بکریت:-

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad \dots \quad (7.3)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad \dots \quad (7.4)$$

ئەو دوو بەھايە باشتەين ھىلى راست لەنئۆ شىئەى بەرىلاويون ديارى دەكەن، كەگوزارشت لەپەيوەندى نىوان (X) و (Y) دەكات، خالى (B_0) برىتيە لەخالى يەكتەرى پى ھىلى لارىيون لەگەل تەوەرەى ستوونى كەبرىتيە لەگوزاوى (Y) يان برىتيە لەماوەى نىوان خالى بنەرەتى (0 و 0) ، خالى يەكتەرى ھىلى لارىيون لە تەوەرەى ستوونى، لەبەرامبەردا ($\hat{\beta}_1$) برىتيە لەلادانى لارىيون يان ھاوكتلەى لارىيون واتە پتوەرەى كە بىرى گوزان لە (Y) ديار دەكات ئەگەر بىتو گوزان بە يەك يەكە لە (X) پوويدات، بەھاكەشى نىشانەى موبە يان ساليب دەبىت ئەویش بەپى ي بەھاي جياكارى ھاوبەش (بەھاي سەرەو)، ئەگەر بىتو موبە بوو، ماناي بوونى پەيوەندى راستەوانە لەنىوان ئەو دوو گوزاوە دەداتە دەستەو، بەلام ئەگەر بىتو بەھاكەى ساليب بوو، ماناي بوونى پەيوەندى پىچەوانەى لەنىوان دوو گوزاوە دەگەنەيت، كەچى ئەگەر بىتو بەھاكەى يەكسان بىت بەسفر ماناي وايە پەيوەندى لەنىوان ئەو دوو گوزاوەدا نىيە، ئەم شىئەى خوارەو پەيوەندى ھىلى و شىئەى بلاويونەو لەنىوان داھاتى مانگانەى خىزان و خەرجى مانگانەى خىزان بۆ بژاردەى كى پەمەكى بۆ (9) خىزان دەخاتە پوو، ئەویش بەم شىئەى خوارەو :-

	x	y
1	600	400
2	900	550
3	550	380
4	180	120
5	420	350
6	380	300
7	90	70
8	800	600
9	480	450



شیوهی (7.1): شیوهی بلاویونونه و هیلای لارییوونی په یوه نډی نیوان داهات و خه رچی مانگانه

که به های (y₁) بریتیه له بینه ری راسته قینه ی بژارده، له به رامبه ردا (y₁) بریتیه له به های مه زنده کراو به به کاره یتانی مؤدیلی لارییوونی هیلای ساده و جیاوازی نیوان هه ردوکیان پی ی ده و تریټ باقی، نه مه ش بریتیه له جیاوازی نیوان به های راسته قینه (y_i) و به های مه زنده کراو (y_i) واته :-

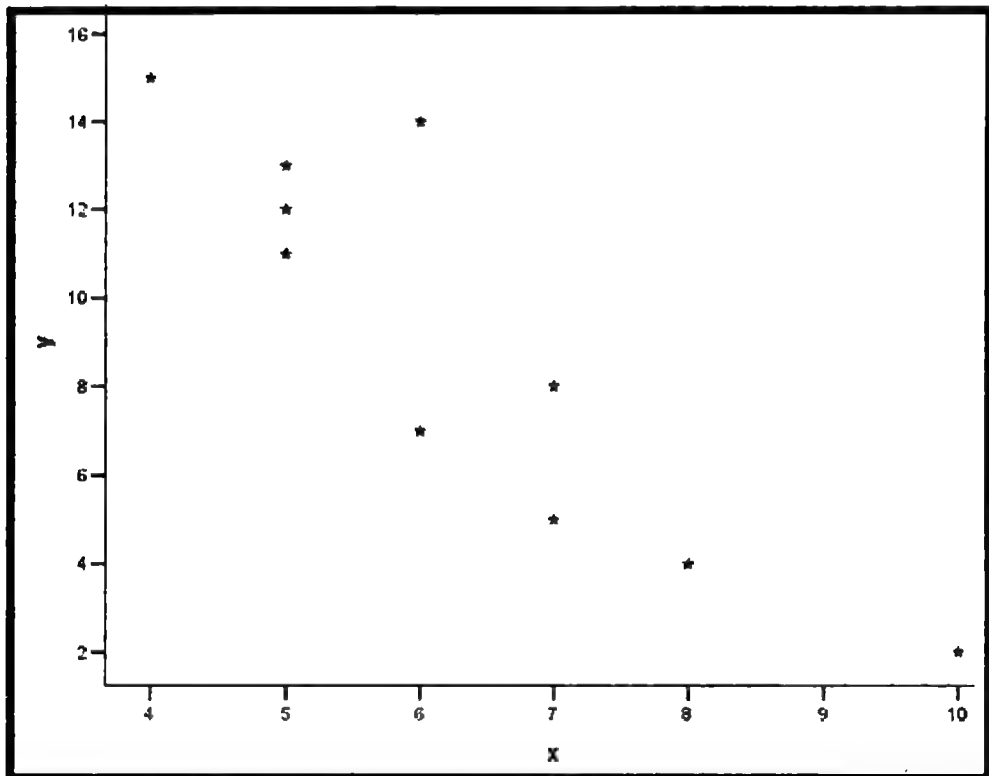
$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad \dots \quad (7.3)$$

پښکای چوار لای بچوک، که له مه زنده کړنی نیشانه کانی لارییوونی هیلای ساده به کاره یتراوه واده کات سه رجه می چوار لای باقیه کانی نډر بچوک ده بیت. $\sum_{i=1}^n e_i^2$ واته نډر نډر بچوک بیت.

نمونه (1.7) :- ئەم داتایانەى خوارەوه بریتییە لە بېرى خواست (y_i) لە کالایەکی دیاریکراو لە گەڵ نرخى یەك یەكە (x_i). داواکاری شیۆەى بڵاوبونەوه بکێشه و مەزەندەى مۆدێلى لاریبۆونى هێلى سادە (y/x) بکە؟

8	11	14	13	15	12	5	7	4	2	y_i
7	5	6	5	4	5	7	6	8	10	x_i

شیکار :- بۆ کێشانى شیۆەى بڵاوبونەوهى داتاكان پێویستە جووتەى بەهاکانى (y_i) و (x_i) دیارى بکەین لەم شیۆەیه (2.10)، (4.8)... هتد (8.7) تەوەرەى ئاسۆیی بریتییە لە (x_i)، لەبەرانبەر دا تەوەرەى ستوونى بریتییە لە (y_i)، بەمەش ئەم شیۆەى خوارەوه مان دێتە دەست :-



شیۆەى (7.2) :- شیۆەى بڵاوبونەوه و هێلى لاریبۆونى پەییوەندى نیوان داهاات و خەرجى مانگانه

له میانه ی ئەم شیۆه ی سەر هوه، سەرنجی ئەوه دەدریت، کە پە یوه ندی پێچه وانه یی هێلی له نێوان بری خواست و نرخه کە ی ههیه، بۆ مه زنده کردنی مۆدیلی هێلی به که مجار ده بی هه ژمار ی نێوه نجی هه ردوو گوڤاو بکه ین، ئەویش به م شیۆه ی خواره وه :-

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10} = \frac{91}{10} = 9.1$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{63}{10} = 6.3$$

بۆ هه ژمار کردنی نیشانه کانی مۆدیله که، پێویسته ئەم خسته به دروست بکه ین:-

زنجیره	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	10	2	3.7	7.1-	26.27-	13.69
2	8	4	1.7	5.1-	8.67-	2.89
3	6	7	0.3-	2.1-	0.63	0.09
4	7	5	0.7	4.1-	2.87-	0.49
5	5	12	1.3-	2.9	3.77-	1.69
6	4	15	2.3-	5.9	13.57-	5.29
7	5	13	1.3-	3.9	5.07-	1.69
8	6	14	0.3-	4.9	1.47-	0.09
9	5	11	1.3-	1.9	2.47-	1.69
10	7	8	0.7	1.1-	0.77-	0.49
سەر جه م			0	0	64.3 -	28.10

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-64.3}{28.10} = -2.2883$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 9.1 - (-2.2883)(6.3) = 23.5163$$

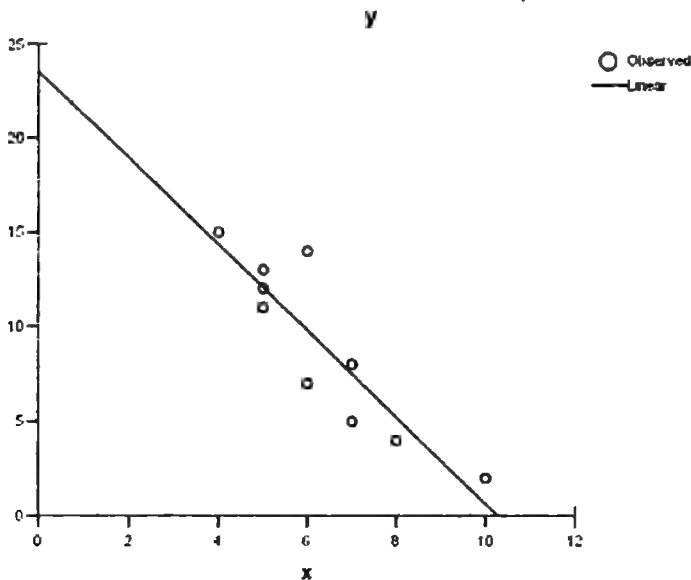
ئەمەش مانای ئەوه یه، ئەو مۆدیله مه زنده کراوه به م شیۆه ی خواره وه :-

$$\hat{y}_i = 23.5163 - 2.2883x_i$$

له میانه ی ئەم مۆدێلی سەرۆه به تایبه تی به های ($\hat{\beta}_1 = 2.2883$) سهرنجی ئەوه ده درێت به هاکی سالیبه، ئەمەش مانای ئەوهیه که په یوه ندی پێچه وانەیی له نیوان بری خواست له کالā له گه ل نرخه کی ههیه، واته زیادبوونی نرخه ی ئەو کالā به بری یه ک دانه، ئەوا ده بیته هۆی دابه زینی بری خواست به بری (2.2883)، یه کێک له به کارهێنانه کانی مۆدێلی مه زنده کراو بریتییه له پیشبینی کردن به به های (y) کاتێک (x) خاوه ن به هایه کی دیاریکراوه، ئەگەر گریمان به های نرخه ی کالāگه ($x_0 = 3$)، ئەوا له میانه ی ئەم مۆدێله مه زنده کراوه مه زنده ی بری خواست له و کالā به کهین، ئەویش به م شیوه ی خواره وه:-

$$\begin{aligned}\hat{y}_i &= 23.5163 - 2.2883x_i \\ \Rightarrow \hat{y}_0 &= 23.5163 - 2.2883x_0 \\ &= 23.5163 - 2.2883(3) = 16.6514\end{aligned}$$

ئەمەش مانای ئەوهیه ئەگەر بێتو نرخه ی کالāگه (3) بێت، ئەوا بری خواست له سەر ئەو کالā به (16.6514) ده بێت، هه روه ها ده توانرێت شیوه ی بلاو بوونه وه بکێش رێت، له گه ل هێلی لاریبوونی مۆدێله مه زنده کراوه که، که په یوه ندی نیوان بری خواست و نرخه ی یه ک یه که به م شیوه ی خواره وه پوون ده کاته وه:-



شیوهی (7.3): بلاویونه وه و هیللی لاریبیون له نیوان بری خواست و نرخه که ی
 تییینی :- په یوه ندی نیوان هاوکۆلکه ی لاریبیون ($\hat{\beta}_1$) و هاوکۆلکه ی پیکه وه لکانی ساده
 هیه، ئه ویش به م شیوه ی خواره وه یه :-

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_y}{S_x} \cdot r_{xy} \quad \dots \quad (7.4)$$

ئهمه ش مانای ئه وه یه که :-

$$r_{xy} = \frac{S_x}{S_y} \cdot \hat{\beta}_1 \quad \dots \quad (7.5)$$

نموونه (2.7): له بژاردیه ک که له (12) کرێکار پیک هاتوه پێوانه ی کاربه جیهتانیان
 کراوه (Y_i)، و (X_i) بریتیه له ژماره ی ساله کانی شاره زایی له کاره کانیاندا، ئه ویش به م
 شیوه ی خواره وه یه :-

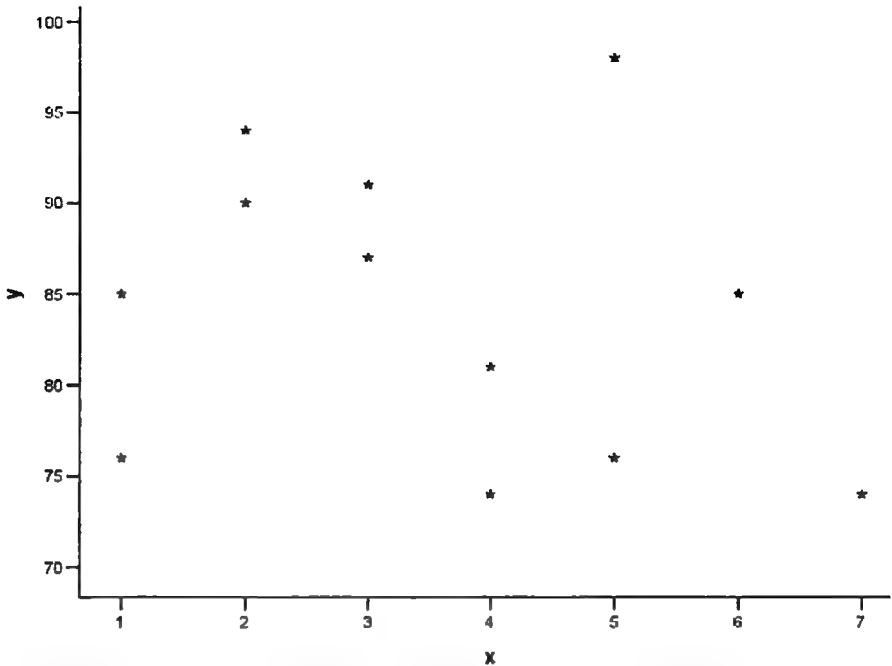
74	76	91	81	98	94	87	85	90	76	74	85	تیکرای کاربه جیهتانیان Y_i
4	1	3	4	5	2	3	6	2	5	7	1	ساله کانی شاره زایی X_i

داواکاری بریتیه له :-

- 1- شیوه ی بلاویونه وه له نیوان تیکرای کار به جیهتانیان و ساله کانی شاره زایی
 بکێشه .
- 2- مه زنده ی مۆدێلی لاریبیونی هیللی ساده (Y/X) بکه .
- 3- به شیوه ی ژماره یی به لمینه که سه رجه می باقیه کان یه کسانه به سفر .
- 4- هاوکۆلکه ی پیکه وه لکانی هیللی ساده له هاوکۆلکه ی لاریبیون بدۆزه ره وه .

شیکار :-

- 1- شیوه ی بلاویونه وه له نیوان تیکرای کار به جیهتانیان که بریتیه له ته وه ره ی ستوونی
 و ساله کانی شاره زایشی بریتیه له ته وه ره ی ئاسۆیی ئه ویش به م شیوه ی خواره وه :-



شیوهی (7.3): بلاویونه وه له نیوان تیکرای کار به جیهینان و ساله کانی شاره زایی

له میانه یی ئه م شیوه بلاویونه وه په دا سهرنجی ئه وه دهرییت، که په یوه ندی هیلی له نیوان تیکرای کار به جیهینان و سالانی شاره زایی به پشت به ستن به و بژارده یه نییه، ئه ویش له بهر ئه وه یی دابه ش بوونی خاله کان به شیوه یی پهمه کی یه، نه ک هیلی بیت به ئاراسته یه کی دیاریکراوه وه.

2- بۆ مه زنده کردنی مۆدیلی هیلی له نیوان تیکرای کار به جیهینان و ساله کانی شاره زایی، یه که مجار نپوهنجی مه ژمارکردنیاں دهرده هیئین: -

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i}{12} = \frac{1011}{12} = 84.25$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{43}{12} = 3.5833$$

نینجا نه خشته ی خواره وه دروست دهکین :-

زنجیر مکان	y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	85	1	85	1	7225
2	74	7	518	49	5476
3	76	5	380	25	5776
4	90	2	180	4	8100
5	85	6	510	36	7225
6	87	3	261	9	7569
7	94	2	188	4	8836
8	98	5	490	25	9604
9	81	4	324	16	6561
10	91	3	273	9	8281
11	76	1	76	1	5776
12	74	4	296	16	5476
سەرچم	1011	43	3581	195	85905

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{3581 - (12)(3.5833)(84.25)}{195 - (12)(3.5833)^2} = \frac{-41.7163}{40.9195} = -1.0195$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 84.25 - (-1.0195)(3.5833) = 87.9032$$

نهمهش مانای نه وهیه، که مۆدیتلی لارییوونی مه زنده کراو به م شتیه ده بیت :-

$$\hat{y}_i = 87.9032 - 1.0195x_i$$

3- به شتیه ژماره یی بسه لمینه، که سهرجه می باقییه کان یه کسانه به سفر.

بۆ مه ژمارکردنی باقییه کان پیویسته یه که مجار به های (\hat{y}_i) ی مه زنده کراو له مۆدیتلی

سهره وه بدۆزینه وه، نه ویش به م شتیه خواره وه :-

$$\hat{y}_i = 87.9032 - 1.0195x_i$$

$$\hat{y}_1 = 87.9032 - 1.0195x_1 = 87.9032 - 1.0195(1) = 86.8837$$

$$\hat{y}_2 = 87.9032 - 1.0195x_2 = 87.9032 - 1.0195(7) = 80.7667$$

⋮

$$\hat{y}_{12} = 87.9032 - 1.0195x_{12} = 87.9032 - 1.0195(4) = 83.8252$$

بۆ ھەژمارکردنی بە ھای باقییەکان دەقی (7.3) بەکار دەھێنین:-

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$e_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 85 - 86.8837 = -1.8837$$

$$e_2 = y_2 - \hat{y}_2 = 74 - 80.7667 = -6.7667$$

⋮

$$e_{12} = y_{12} - \hat{y}_{12} = 74 - 83.8285 = -9.8285$$

لە ھەر ئەم بنچینەیدا، ئەوا سەرچەمی باقییەکان یەكسان دەبێت بەسەر، واتە:-

$$\sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^{12} e_i = e_1 + e_2 + \dots + e_{12}$$

$$= -1.8837 - 6.7667 + \dots - 9.8285 = 0$$

4- بۆ ھەژمارکردنی ھاوئۆلکە ی پێکەوێلکانی ھێڵی سادە لە ھاوئۆلکە ی لاریبوندا،

دەقی (7.5) بەکار دەھێنین، کە پێویستی بە ھەژمارکردنی لادانی پێوەرکاری بۆ ھەردوو

گۆراو ھەیە، ئەویش بەم شێوەیە :-

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{85905 - (12)(84.25)^2}{12-1}} = \sqrt{\frac{728.25}{11}} = 8.1366$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{195 - (12)(3.5833)^2}{12-1}} = \sqrt{\frac{40.9195}{11}} = 1.9287$$

بۆیه هاوکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی هیلی ساده به‌م شتۆه‌ی خواره‌وه ده‌بی‌ت:—

$$r_{xy} = \frac{S_x}{S_y} \cdot \hat{\beta}_1 = \frac{1.9287}{8.1366} \cdot (-1.0195) = -0.2417$$

ئەمەش مانای ئەوەیە بەپێی ئەو بۆاردەیه ئەوا پیکه‌وه‌لکانی هیلی پێچه‌وانەیی لاواز هەیه که یه‌کسانه به (24.17٪) له‌نیوان تیکرایی کاربه‌جیهێنان و ژماره‌ی سائەکانی شاره‌زایی، به‌لام هه‌روه‌کو له‌مه‌وپێش ئاماژه‌مان پێکرد په‌یوه‌ندی هیلی له‌نیوان هه‌ردوو گۆپاوی ئەو بۆاردەیه نییه (واته مه‌عنه‌وه‌ی نییه)، یان په‌نگه په‌یوه‌ندی ناهیلی هه‌بی‌ت، یاخود هۆکاری دیکه هه‌یه کاربگه‌ری له‌سه‌ر تیکرایی کاربه‌جیهێنان هه‌یه.

1.3.7: - هاوکۆلکه‌ی Coefficient of Determination

دیاریکردن: -

بریتییە له‌پێوانه‌یه‌ك، كه‌گوزارشت له‌و بره‌ ده‌كات، گۆپاوی سه‌ربه‌خۆ له‌گۆپانی گۆپاوی ناسه‌ربه‌خۆ ده‌يكات، و هه‌یمای (R^2) بۆ داده‌نرێت، ده‌توانرێت له‌میان‌ه‌ی دووجا‌کردنه‌وه‌ی هاوکۆلکه‌ی پیکه‌وه‌لکانی هیلی ساده به‌ده‌ست به‌یتریت، واته:—

$$R^2 = (r_{xy})^2 \quad \dots \quad (7.6)$$

یان ده‌توانرێت له‌میان‌ه‌ی ئەم ده‌قه‌ی خواره‌وه هه‌ژمار بکری‌ت:—

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad \dots \quad (7.7)$$

یاخود ده‌توانرێت له‌میان‌ه‌ی ئەم ده‌قه‌ی خواره‌وه هه‌ژمار بکری‌ت:—

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad \dots \quad (7.8)$$

بۆزانیڭش :-

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i \quad \text{and} \quad \bar{y} = \hat{\bar{y}}$$

دیاره به های هاو کۆلکە ی پێکەوه لکانی هێلی ساده به های ده که وێتە نۆوان (1،1) -
(بۆیه به های هاو کۆلکە ی دیاریکردن ده که وێتە نۆوان (1،0). (R^2) بریتیه له و پرده ی که
گۆپاوی سه ره بخۆ له گۆپانه کانی گۆپاوی ناسه ره بخۆ راشه ده کات (X). بۆیه $(1 - R^2)$
بریتیه له و پێوانه ی که گۆزارشت له بری راشه ی کۆمه لێک گۆپاوی دیکه ده کات، که
لێکۆلینه وه یان له گۆپانی گۆپاوی ناسه ره بخۆ لی ئاکریت واته ناگه پێته وه بۆ (R^2) ، نه مه ش
مانای نه وه یه هه رکاتێک به های (R^2) به رزیوو، مانای نه وه ده داته ده سته وه، که (X)
کاپیگاریی که وره ی له سه ر (Y) هه یه، پێچه وانه که شی راسته که یه تی، هه روه ها نه گه ر بێتو
به های (R^2) یه کسان بێت به یه ک، نه وا مانای نه وه یه، که (X) تاکه گۆپاوه راشه ی گۆپاوی
ناسه ره بخۆ (Y) ده کات به هه مان شیوه نه گه ر بێتو (R^2) یه کسان بێت به سفر، مانای
نه وه یه نه و گۆپانانه ی که له (Y) پوو ده دات، هۆکاره که ی گۆپاوی سه ره بخۆی دیکه یه و
(X) هیچ کاپیگاریی له سه ر گۆپاوی ناسه ره بخۆ (Y) نییه .

نموونه (3.7) :- نه گه ر نه م زانیاریانه ی خواره و ته هه بێت :-

$n = 20$	$\sum_{i=1}^n y_i = 80$	$\sum_{i=1}^n x_i = 50$	$\sum_{i=1}^n y_i^2 = 200$	$S_x^2 = 100$	$S_{xy} = 40$
----------	-------------------------	-------------------------	----------------------------	---------------	---------------

داواکاری بریتیه له :-

- 1) مه زنده ی مۆدێلی لاریبونی هێلی ساده بکه .
- 2) هه ژماری هاو کۆلکە ی پێکەوه لکانی هێلی ساده بکه .
- 3) هه ژماری هاو کۆلکە ی دیاریکردن بکه و راشه ی ماناکه شی بکه .
- 4) به های (Y) چهنده نه گه ر بێتو به های (X) یه کسان بێت به (10).

شیکار :-

1) ده توانریت مه زندهی مۆدیللی لاریبونی ساده بکریت، ئه ویش به م شیوهی خواره وه :-

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{20} y_i}{20} = \frac{80}{20} = 4$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = \frac{50}{20} = 2.5$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{40}{100} = 0.4$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 4 - (0.4)(2.5) = 3$$

بۆیه مۆدیللی لاریبونی مه زنده کراو به م شیوهی خواره وه ده بیئت :-

له میانهی ئه م مۆدیللی سهر وه سهرنجی ئه وه ده دریت، که به های هاوکۆلکهی لاریبون موجه به، ئه مهش به لگهیه له سهر ئه وهی، که په یوه ندیه کی راسته وانه له نیتوان گۆپاوی سهر به خۆ (X) و گۆپاوی ناسهر به خۆ (Y) ههیه .

2) - ده توانریت هه ژمارهی هاوکۆلکهی پیکه وه لکانی هیللی ساده به م شیوهی خواره وه هه ژمار بکریت :-

$$r_{xy} = \frac{S_x}{S_y} \cdot \hat{\beta}_1 = \sqrt{\frac{S_x^2}{S_y^2}} \cdot \hat{\beta}_1 = \sqrt{\frac{100}{200}} \cdot (0.4) = 0.2828$$

یان هه ژمار کردنی هاوکۆلکهی پیکه وه لکانی هیللی ساده به پینگایه کی دیکه ده بیئت :-

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{40}{\sqrt{100} \cdot \sqrt{200}} \\ &= \frac{40}{(10) \cdot (14.1421)} = \frac{40}{141.421} = 0.2828 \end{aligned}$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە پەيوەندىەكى راستەوانەى لاواز لە نۆوان هەردوو گۆپاوە هەيەو
يەكسانە بە (28.28٪)

3- هەژمارکردنى هاوئۆلکەى دیاریکردن بەم شتووى خوارەووە دەبێت:-

$$R^2 = (r_{xy})^2 = (0.2828)^2 = 0.08$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە گۆپاوى سەرەخۆ (X)، تەنیا (8٪) گۆپانى گۆپاوى
ناسەرەخۆ (Y) راڤە دەکات و ریزەکەى دیکە، کە دەکاتە (92٪) هۆکارەکەى بۆ
گۆپاوەکانى دیکە دەگەرێتەو، کە لیکۆلینەوێ لە بارەووە نەکراو، ئەمەش دووپاتى
لاوازی پەيوەندى نۆوان هەردوو گۆپاوە دەکاتەو.

4- بەهائى (Y) چاوەروانکراو، کاتێک بەهائى (X) يەكسان بێت بە (10) لەمیانەى ئەم
مۆدێلە مەزەندەکراو بە دەستى دەهێتین :-

$$\hat{y}_i = 3 + 0.4x_i$$

$$\hat{y}_0 = 3 + 0.4x_0$$

$$= 3 + 0.4(10) = 7$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە بەهائى (Y) چاوەروانکراو يەكسانە بە (7) کاتێک بەهائى (X)
يەكسان دەبێت بە سفر.

2.3.7 :- هەلەى پێوەرکارى :- Standard Error

پێوەرێكى ژۆر گرنگە پێوانەى توانستى مۆدێلێ لاریبەوونى مەزەندەکراو دەکات،
واتە برى ووردەکارى مۆدێلێ مەزەندەکراو لە پەيوەندى نۆوان دوو گۆپاوە دەکات، ئەویش
لە پوانگەى داتاكانى بەردەستەو، هەركاتێک بەهائى هەلەى پێوەرکارى بچووک بوو،
بەلگەى لە سەر توانستى مۆدێلێ مەزەندەکراو، پێچەوانەکەى راستەکەى تى، سوودیش
لە وێنە ئەوەیە لەکاتى بەراورد لە نۆوان دوو مۆدیل يان زیاتر لە بارەى هەمان دوو دیاردە
دەبێت، ئەویش لە دوو لیکۆلینەوێ سەرەخۆ يان زیاتر، دەتوانرێت بە پێى ئەم
ياسایەى خوارەووە هەژمار بکریت :-

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}} \quad \dots \quad (7.9)$$

نمونه (4.7) :- هم داتایانه ی خواره وه بریتیه له بړی خسته پوو (y_i) له کالایه کی د باریکراو نرخی به ک دانه له وکالایه (x_i):

3	5	13	10	4	8	6	برای خستنه پروو y_i
2	4	7	6	2	4	3	نرخي کانا x_i

داواکاری بریتیه له :-

1) مەزەندەى مۇدىللى ھىللى لەنيوان بىرى خستنه پوو(ناسەربەخۇ) و نرخبەگەى(سەربەخۇ).

2) مه زنده‌ی هاوکۆلکه‌ی دیا-ریکردن و رافه‌ش بکـه؟

3) مه زنده‌ی توانستی مۆدیلّه که بکه، ئه ویش له میان‌ه‌ی هه ژمارکردنی هه‌له‌ی پێوه‌رکاری دا.

شیکار:

(1)- بۆمەزەندەكردنى مۆدىللى ھەلەي سادە ئەم خىشتەي خوارەوۈ دىروست دەكەين:-

$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(y_i - \hat{y}_i)$	\hat{y}_i	y_i^2	x_i^2	$x_i y_i$	x_i	y_i	زنجیره
0.6	0.7727	5.23	36	9	18	3	6	1
1	1	7.00	64	16	32	4	8	2
0.3	0.5455	3.45	16	4	8	2	4	3
0.3	-0.5455	10.55	100	36	60	6	10	4
0.46	0.6818	12.32	169	49	91	7	13	5
4	-2	7.00	25	16	20	4	5	6
0.21	0.4546-	3.45	9	4	6	2	3	7
6.86	0	49	419	134	235	28	49	سردجم

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^7 y_i}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{235 - (7)(4)(7)}{134 - (7)(4)^2} = \frac{39}{22} = 1.7727$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 7 - (1.7727)(4) = -0.0908$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە مۆدێلی لاریبونی هێلی مەزەندە کراو بریتیە لە: -

$$\hat{y}_i = -0.0908 + 1.7727 x_i$$

2) دەتوانرێت مەزەندە ی هاوکۆلکە ی دیاریکردن بەم شێوە ی خوارەوه بکەیت: -
یە کە مەجار هەژماری بە های (\hat{y}_i) لە میانە ی مۆدێلی مەزەندە کراو دەکەیت، دوای ئەوە
هەژماری باقیبەکان لە میانە ی کە مەکردنی لە بە های (y_i) دەکەیت، ئینجا دوو جایی
دەکەینەوه و کۆشی دەکەینەوه، هەر کۆ لە خستە ی سەرەوه دەبینرێت لە سەر ئەو
بنچینە یەدا دەقی (7.7) ی لە سەر جی بە جی دەکەین، ئەویش بەم شێوە ی خوارەوه: -

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2}$$

$$= 1 - \frac{6.86}{419 - (7)(7)^2} = 1 - \frac{6.86}{76} = 1 - 0.0903 = 0.9097$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە (90.97%) لە گۆرپانکاریەکان لە بێی خستەوهو هۆیە کە ی بۆ
نرخ دەگەرێتەوه و پێژە ی (9.03%) ی گۆرپانکاریەکان بۆ گۆرپای دیکە دەگەرێتەوه،
کە لێکۆڵینەوه ی لە بارە یەوه نە کراوه.

3- مەزەندە ی توانستی مۆدێلە کە بکە، ئەویش لە میانە ی هەلە ی پێوەرکاری بەم
شێوە ی خوارەوه: -

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{6.86}{7-2}} = \sqrt{1.372} = 1.1713$$

ئەمەش مانای ئەو ھەلە، کە ھەلە ی پێوەرکاری، کە توانستی مۆدیلە کە پێوانە دەکات بریتیە لە (1.1713)

نموونه (5.7): ئەگەر ئەم زانیاریانە ی خوارەوت ھەبێت:-

$n = 15$	$S_y^2 = 50$	$R^2 = 0.75$
----------	--------------	--------------

ھەلە ی پێوەرکاری بدۆزەرەو ھ ؟

شیکار:- لە جیاکاری گۆپاوی ناسەرەخۆ دەتوانرێت سەرچەمی چوارگۆشە ی لادانی گۆپاوی ناسەرەخۆ لە نۆیەنجی ھەژمارکردن بدۆزیتەو، ئەویش بەم شێو ی خوارەو ھ:-

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \Rightarrow 50 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{15-1} \Rightarrow \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = (50) \cdot (14) = 700$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \Rightarrow 0.75 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{700}$$

$$\Rightarrow 1 - 0.75 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{700} \Rightarrow (0.25) \cdot (700) = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

$$\therefore \sum_{i=1}^n e_i^2 = 175$$

ئەوا ھەلە ی پێوەرکاری بریتیە لە:-

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{175}{15-2}} = \sqrt{13.4615} = 3.669$$

4.7: - لاریبونی هیلی فرهیی - Multiple Linear

Regression

لاریبونی هیلی فرهیی له کردهی مه زندهی په یوهی هیلی له نیوان گۆپاوی ناسه ربه خۆو گۆپاوه سه ربه خۆکان (زیاتر له گۆپاویکی سه ربه خۆ) به کار ده هیتریت، په نگه به کۆمه ل کارپگارییان له سه ر گۆپاوی ناسه ربه خۆ هه بیته، لیره دا جهخت له سه ر بوونی دوو گۆپاوی سه ربه خۆ ده که یه وه، به لام له مه زیاتر ئه و ده که ویته ده ره وهی چوارچینه ی ئه م کتیه، بۆیه مۆدیلی فرهیی دوو گۆپاوی سه ربه خۆ بریتیه له مه ی خواره وه:-

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i \quad \dots \quad (7.10)$$

(y_i) بریتیه له ژماره ی بینه رانی گۆپاوی ناسه ربه خۆ (وه ک خه رجی مانگانه ی خیزانه، له هه مان کاتدا (x_{i1}) بریتیه له بینه رانی گۆپاوی سه ربه خۆی یه که م (وه ک داهاتی مانگانه ی خیزان) هه روه ها (x_{i2}) بریتیه له بینه رانی گۆپاوی سه ربه خۆی دووهم (ژماره ی ئه ندامانی خیزان)، له هه مان کاتدا (ε_i) بریتیه له هه له ی په مه کی (پتویسته له مۆدیلدا بوونی هه بیته، چونکه په یوه ندی ته وای دیاریکرومان له نیوان گۆپاوی ناسه ربه خۆو هه ردوو گۆپاوی سه ربه خۆ نییه)، که بریتیه له گۆپانی گۆپاوی ناسه ربه خۆ له ئه نجامی کارپگاریی ژماره یه ک گۆپاوی دیکه (بیجگه له و دوو گۆپاوه) که لیکۆلینه وه بیان له باره یه وه نه کراوه. (B_0) و (B_1) و (B_2) بریتیه له نیشانه کانی مۆدیلی لاریبونی هیلی فرهیی کۆمه لگا، یه کێک له پێگاکانیشی بۆمه زندهی نیشانه کانی هیلی لاریبونی فرهیی بژارده که به کارده هیتریت وه ک پێگای چوارگۆشه بچوکه ئاساییه کان (OLS)، واته مه زندهی نیشانه کانی مۆدیل که به م شیوه ی خواره وه:-

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} \quad \dots \quad (7.11)$$

(\hat{y}_i)، بریتیه له به های مه زنده کراوی گۆپاوی ناسه ربه خۆ له میانه ی مۆدیلی مه زنده کراوی سه ره وه (B_0) و (B_1) و (B_2)، بریتیه له نیشانه کانی مۆدیلی مه زنده کراوی بژارده، که ده توانریت له میانه ی ئه م ده قانه ی خواره وه هه ژماربکریته:-

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2} \quad \dots (7.12)$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2} \quad \dots (7.13)$$

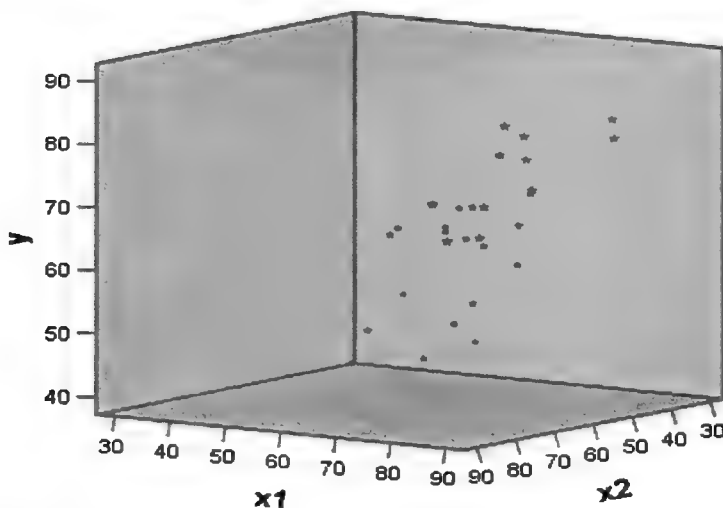
$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2 \quad \dots (7.14)$$

که به های (Y_i و X_{i1} و X_{i2}) بریتیه له لادانی به هاکانی له نیوهنجی مه ژمارکردن، واته :-

$$Y_i = y_i - \bar{y}, \quad X_{i1} = x_{i1} - \bar{x}_1, \quad X_{i2} = x_{i2} - \bar{x}_2$$

ئهم شیوه بلاووبونه وهیه سی لاییه، که تیبینی ده کریت له میانه ی ئهم داتایانه ی

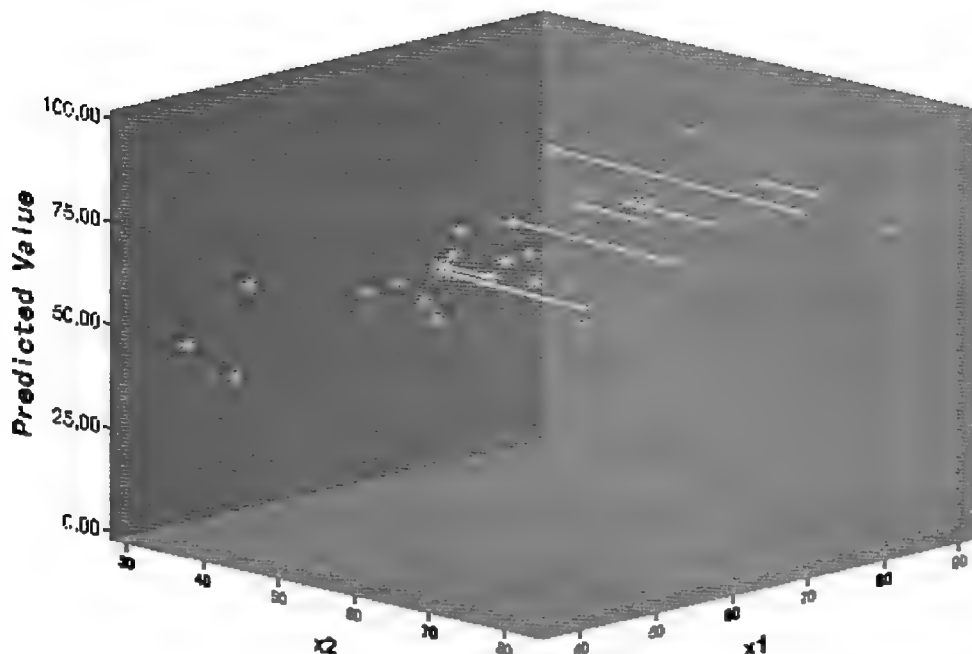
خواره وه، که بریتیه له (30) بینر بۆ گۆراوی سه ره خۆ و هردوو گۆراوی سه ره خۆ :-



شیوه ی (7.5): بلاووبونه وه له نیوان گۆراوی ناسه ره خۆ له به رامبه ر دوو گۆراوی سه ره خۆ

مۆدیلی لاریبونی فره یی خاوه ن دوو گۆراوی سه ره خۆ بریتیه له باشتین ئاستی لاریبون له که شی سی لای، (X_1 و X_2 و Y)، که گوزارشت له په یوه ندی نیوان گۆراوی ناسه ره خۆ له لایه ک و هردوو گۆراوی سه ره خۆ له لایه کی دیکه ده کات، بۆیه شیوه ی

بالا بوننه وهی (شیوهی 7.5) ده توانریت مه زه ندی مۆدیللی فرهیی گونجاو بکریت، دوی
 نه وه شیوهی نه م مۆدیلله ده کیشین ئه ویش به م شیوهی خواره وه: -



شیوهی (7.6): ناستی لاریبونی نیوان گۆپاوی ناسه ره خو له به رامبه ر دوو گۆپاوی
 سه ره خو

($\hat{\beta}_1$) بریتییه له خالی یه کتر برینی ناستی لاریبون له ته وه ره ی (V)، هه روه ها ($\hat{\beta}_1$)
 بریتییه له هاوکۆلکه ی لاریبونی (V) له سه ر (X_1) به سه لماندنێ کارپێگاری (X_2)، ($\hat{\beta}_2$)
 بریتییه له هاوکۆلکه ی لاریبون له سه ر (X_2) به سه لماندنێ کارپێگاری (X_1)، نه مه ش مانای
 نه وه یه، که ($\hat{\beta}_1$) بریتییه له بری گۆپانی (V) به یه ک یه که، کاتی (X_1) چه سپاوی
 ده بیته، (X_2) بریتییه له بری گۆپانی ($\hat{\beta}_2$) له کاتی گۆپانی (X_2) به یه ک یه که، له که له
 چه سپاوی (X_1). نه کهر بیته به هاکی هاوکۆلکه ی لاریبون موجه بوو، به لگه یه له سه ر
 بوونی په یوه ندی راسته وانه له نیوان گۆپاوی ناسه ره خو له که له هه ر دوو گۆپاوه
 سه ره خوکان، به لام نه کهر بیته سالیب بوون به لگه یه له سه ر بوونی په یوه ندی

پېچه‌وانه يی له نټوان گټورپاوی ناسه‌ربه‌خوؤ گټورپاوه‌کانی سه‌ربه‌خوؤ، له‌هه‌مان کاتدا نه‌گه‌ر بټو به‌که‌م موجه‌ب بټت و دووه‌میش سالیب بټت، به‌لگه‌یه له‌سه‌ر بوونی په‌یوه‌ندی راسته‌وانه له‌نټوان گټورپاوی ناسه‌ربه‌خوؤ گټورپاوی سه‌ربه‌خوؤ یه‌که‌م، به‌لام په‌یوه‌ندی له‌نټوان گټورپاوی ناسه‌ربه‌خوؤ گټورپاوی سه‌ربه‌خوؤ دووه‌م په‌یونډیه‌کی پېچه‌وانه‌ییه، له‌کوتاییدا نه‌گه‌ر بټو به‌های هاوکټلکه‌ی لاریبوون به‌کسان بوو به‌سفر، واته په‌یوه‌ندی له‌نټوان گټورپاوی ناسه‌ربه‌خوؤ گټورپاوه سه‌ربه‌خوؤکان هه‌یه، نه‌و گټورانکاریانه‌ش که له‌گټورپاوی نا سه‌ربه‌خوؤ پرووده‌دات، نه‌و گټورپاوه سه‌ربه‌خوؤیانه‌ رافه‌ی ناکات، به‌لکو گټورپاوی دیکه هه‌یه، که‌لیکټولینه‌وه‌ی له‌باره‌ییه‌وه نه‌کراوه، هوکاريکه بټگټورانکاری له‌گټورپاوی ناسه‌ربه‌خوؤ.

نمونه (6.7): - نه‌م داتایانه‌ی خواره‌وه بریتییبه‌له نه‌نجامی پاپرسی (10) خیزان سه‌بارت به‌نیوه‌نجی خه‌رجی مانگانه‌بیان له‌جلوبه‌رگدا (Y_i) و خه‌رجی هه‌مووه‌کی (X_{i1})، نیوه‌نجی نرخ‌ی هه‌مووه‌کی جلوبه‌رگ (X_{i2}) (به‌هزار دینار) :-

خه‌رجی بټ جلوبه‌رگ Y_i	خه‌رجی هه‌مووه‌کی X_{i1}	نیوه‌نجی نرخ‌ی جلوبه‌رگ X_{i2}
20	105	15
35	110	12
18	90	25
24	108	16
36	150	10
50	200	4
45	160	4
12	90	30
15	100	22
20	100	14

داواکاری بریتییبه :-

(1) مه‌زه‌نده‌کردنی داله‌ی لاریبوونی فره‌یی بټ‌خه‌رجی له‌سه‌ر جلوبه‌رگ دا، له‌میان‌ه‌یدا رافه‌ی په‌یوه‌ندی نټوان په‌یوه‌ندی خه‌رجی له‌سه‌ر جلوبه‌رگ له‌سه‌ر خه‌رجی هه‌مووه‌کی و نیوه‌نجی نرخ‌ی جلوبه‌رگ بکه .

(2) مه‌زه‌نده‌ی به‌های خه‌رجی له‌سه‌ر جلوبه‌رگ بکه ؟ کاتیک خه‌رجی هه‌مووه‌کی (250) هه‌زار دینار بټت و نیوه‌نجی نرخ‌ی جلوبه‌رگ (2) هه‌زار دینار بټت.

شیکار :-

1- بۆمه زندهی دالهی لاریبونی فرهیی خه رچی له سه ر جلویه رگ، پتویسته یه که مجار هه ژماری نئوه نجی هه ژمارکردن بکهیت بۆ هه رسی گۆراو ده ربهیتن، ئه ویش به م شیوهی خواره وه :-

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10} = \frac{275}{10} = 27.5$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i1}}{10} = \frac{1213}{10} = 121.3$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i2}}{10} = \frac{152}{10} = 15.2$$

له میانه ییدا هه ژماری لادانه کانی به های له نئوه نجی هه ژمارکردن ده کهیت، واته :-

$$Y_i = y_i - \bar{y}, \quad X_{i1} = x_{i1} - \bar{x}_1, \quad X_{i2} = x_{i2} - \bar{x}_2$$

دوای ئه وه لادانه کان له گه ل هه ندیک کرده ی جه بری پتویست کورت ده کهینه وه، ئه ویش له میانه ی ئه م خشته یه ی خواره وه :-

$X_{i2} Y$	$X_{i1} Y_i$	X_{i2}^2	X_{i1}^2	$X_{i1} X_{i2}$	X_{i2}	X_{i1}	Y_i
1.5	122.25	0.04	265.69	3.26	0.2-	16.3-	7.5-
24-	84.75-	10.24	127.69	36.16	3.2-	11.3-	7.5
93.1-	297.35	96.04	979.69	306.74-	9.8	31.3-	9.5-
2.8-	46.55	0.64	176.89	10.64-	0.8	13.3-	3.5-
44.2-	243.95	27.04	823.69	149.24-	5.2-	28.7	8.5
252-	1770.75	125.44	6193.69	881.44-	11.2-	78.7	22.5
196-	677.25	125.44	1497.69	433.44-	11.2-	38.7	17.5
229.4-	485.15	219.04	979.69	463.24-	14.8	31.3-	15.5-
85-	266.25	46.24	453.69	144.84-	6.8	21.3-	12.5-
9	159.75	1.44	453.69	25.56	1.2-	21.3-	7.5-
916-	3984.5	651.6	11952.1	2324.6-	0	0	0

له سه ر ئه و بنچینه یه دا ده توانریت مه زنده ی نیشانه کانی لاریبونی فرهیی بکرت، ئه ویش به م شیوه ی خواره وه :-

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2} \\ &= \frac{(3984.5)(651.6) - (-916)(-2324.6)}{(11952.1)(651.6) - (-2324.6)^2} = \frac{466966.6}{2384223.2} = 0.1959 \\ \hat{\beta}_2 &= \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2} \\ &= \frac{(-916)(11952.1) - (3984.5)(-2324.6)}{(11952.1)(651.6) - (-2324.6)^2} = \frac{-1685754.9}{2384223.2} = -0.707\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_0 &= \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2 \\ &= 27.5 - (0.1959)(121.3) - (-0.707)(15.2) = 14.4837\end{aligned}$$

بۆیە دالەى لاریبونی فرەیی بۆ خەرجی لەسەر جلۆبەرگ بریتییه له :-

$$\hat{y}_i = 14.4837 + 0.1959x_{i1} - 0.707x_{i2}$$

له میانهى دالەى خەرج کردن لەسەر جل و بەرگی مەزەندەکراو، سەرئەوجی ئەوە دەدەین، کە پەڕیوەندیەکی راستەوانە لە نێوان خەرجی جلۆبەرگ و خەرجی هەموو هەیه، چونکە بەهەى ($\hat{\beta}_1$) مۆجەبە، لە هەمان کاتدا پەڕیوەندیەکی پێچەوانەیی لە نێوان خەرجی لەسەر جلۆبەرگ و نێوەنجی نرخەکەى هەیه، ئەویش لە بەرئەوهى ($\hat{\beta}_2$) بەهاکەى سالیبە.

(2) بۆ مەزەندەکردنى خەرجی بۆ جلۆبەرگ (\hat{y}_0) کاتێک ($x_1=250$ و $x_2=2$) ئەمانەى خوارەوه مان هەیه :-

$$\begin{aligned}\hat{y}_i &= 14.4837 + 0.1959x_{i1} - 0.707x_{i2} \\ \hat{y}_0 &= 14.4837 + 0.1959(250) - 0.707(2) = 62.045\end{aligned}$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەبەری خەرجی جل و بەرگ بریتییە لە (62.045) ھەزار دینار، کاتێک خەرجی ھەمووھەکی بریتییە لە (250) ھەزار دینار، نۆھنجی نرخى جل و بەرگ بریتییە لە (2) ھەزار دینار.

تێبینی: - سەرچەمى باقیبەکان بۆ لارییوونى ھێلى فرەیی بەھەمان شیۆھ یەكسانە بەسەر.

1.4.7: - ھاوکۆلکەى دیاریکردن بۆ لارییوونى ھێلى فرەیی ھاوکۆلکەى دیاریکردن بۆ لارییوونى ھێلى فرەیی :

بریتییە لە وەرپەى کە پاشەى گۆرانیەکانى گۆرپاوى ناسەرەخۆ (Y) لەئەنجامى کاریگەری ژمارەىەك گۆرپاوى سەرەخۆ دروست دەبێت (زیاتر لەگۆرپاویكى سەرەخۆ)، یان پلەى پشکدارى گۆرپاوه سەرەخۆکان لەگۆرپاوى (Y) دیارى دەکات، کەدەتوانرێت ھەژمار بکەیت لەمیانەى دۆزینەوہى دووجای ھاوکۆلکەى پێکەوہلکانى فرەیی لەنێوان (Y) و گۆرپاوه سەرەخۆکان، ئەگەر بێتو دوو گۆرپاوى سەرەخۆمان ھەبێت، ئەوا ھاوکۆلکەى دیاریکردن بەم شیۆھى خواروہ دەبێت :-

$$R^2_{y.x_1x_2} = (r_{y.x_1x_2})^2 \quad \dots \quad (7.15)$$

یان دەتوانرێت بەپێى ئەم دەقەى خواروہ ھەژمار بکەیت:-

$$R^2_{y.x_1x_2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \quad \dots \quad (7.16)$$

یاخود دەتوانرێت بەپێى ئەم دەقەى خواروہ ھەژمار بکەیت:-

$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \quad \dots \quad (7.17)$$

یان دەتوانرێت بەپێى ئەم دەقەى خواروہ ھەژمار بکەیت:-

$$R^2_{y \cdot x_1 x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \quad \dots \quad (7.18)$$

نمونه (7.7) :- هاوکۆلکە ی دیاریکردن بدۆزەرەوێ له نمونه ی (6.7) له میانەیدا هاوکۆلکە ی پێکەوه لکانی فرهیی له نێوان خەرجی جل و بەرگ له گەڵ خەرجی هەمووێکی و نێوێنجی نرخێ جل و بەرگ بدۆزەرەوێ .

شیکار :-

یه که مجار پتویستمان به هه ژمارکردنی لادانی به هاكان له نێوێنجی هه ژمارکردنی گۆپاوی (Y) ده کهین، ئه ویش به م شێوه ی خواره وه :-

$$\sum_{i=1}^n Y_i^2 = (-7.5)^2 + (7.5)^2 + \dots + (-7.5)^2 = 1552.5$$

هه ر له میانە ی زانیاری نمونه ی پێشوو ده توانین ده قی (7.18) ی له سه ر جی به جی بکهین، ئه ویش به م شێوه ی خواره وه :-

$$\begin{aligned} R^2_{y \cdot x_1 x_2} &= \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \\ &= \frac{(0.1959)(3984.5) + (-0.707)(-916)}{1552.5} = \frac{1428.1756}{1552.5} = 0.92 \end{aligned}$$

ئه مه ش مانای ئه وه یه، که (92%) ی ئه و گۆپانانە ی له خەرجی بۆ جل و بەرگ پووده دات رافه که ی بۆ خەرجی هەمووێکی و نێوێنجی نرخێ جل و بەرگ ده گه رێته وه، له گەڵ ئه وه ی په یوه ندی راسته وانه له نێوان گۆپاوی ناسه ربه خوۆ گۆپاوه سه ربه خوۆکان به شێوه یه کی گشتی هه یه (چونکه به گوێزە ی ئه م پێگایه ئاراسته ی په یوه ندیه کان پوون نییه) بۆیه هاوکۆلکە ی پێکەوه لکانی فرهیی له میانە ی وه رگرتنی په گی دووجا بۆ هاوکۆلکە ی دیاریکردن ده دۆزینه وه ئه ویش به م شێوه ی خواره وه :-

$$r_{y \cdot x_1 x_2} = \sqrt{R^2_{y \cdot x_1 x_2}} = \sqrt{0.92} = 0.9592$$

ئەمەش ماناى ئەو، كەپەيۋەندىكى راستەوانەى بەھىز لەننۆان خەرجى جىل و بەرگ لەگەل خەرجى ھەموۋەكى و نىۋەنجى نرخی جىل و بەرگ دا ھەيە، كە يەكسانە بە (95.92٪).

2.4.7: - ھەلەى پىئوركارى بۆلارپىوونى ھىلى فرەيى :-

برىتييە لەپىئوانەى توانستى مۆدىلى لارىپوونى ھىلى فرەيى، واتە برى وورەكارى برىتييە لەمۆدىلى مەزەندەكراو بۆ پەيۋەندى نىۋان گۆپاۋى نىۋان گۆپاۋى ناسەرەخۆ لەگەل گۆپاۋە سەرەخۆكاندا (لېرەشدا تەنيا ئامارە بەدوۋ گۆپاۋى سەرەخۆ دەكەين) لەپوانگەى داتاكانى بەردەست، ھەر كاتىك بەھى ھەلەى پىئوركارى بچووك بو، بەلگەيە لەسەر توانستى مۆدىلى مەزەندەكراو، پىچەوانەكەش راستەيەتى، ئەمەش زۆر جىاۋازى لەگەل ھەلەى پىئوركارى مەزەندەكراۋى مۆدىلى ھىلى سادە نىيە، دەتوانرەت بەبەكارھىنانى ئەم ياسايەيى خوارەو ھەژمار بكرەت:-

$$S_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3}} \quad \dots \quad (7.19)$$

نمونه (8.7): - ھەلەى پىئوركارى لەم زانىارىانەى بەردەست لەنمۇنەى (6.7) و نمۇنەى (7.7) بدۆزەرەو:-

شېكار :- ئەم زانىارىانەى خوارەومان ھەيە:-

$$: n=10 \quad \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 1552.5 \quad R_{y,x_1x_2}^2 = 0.92$$

$$R_{y,x_1x_2}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \Rightarrow 0.92 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{1552.5} \Rightarrow 0.08 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{1552.5}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n e_i^2 = (0.08)(1552.5) = 124.2$$

له سەر ئەم بنچینه یەدا دەتوانریت هەڵەی پتوهرکاری بهم شیوهی خوارهوه به دهست بهینریت :-

$$S_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3}} = \sqrt{\frac{124.2}{10-3}} = \sqrt{17.7429} = 4.2122$$

تییینی :- له بوارى پراکتیکی دا، لیکۆلینه وهی په یوه ندی نێوان دوو گۆپاوه، یه کێکیان ناسه ربه خۆن و ئه وی تریان سه ربه خۆیه له راستیدا نا واقیعیه، ئه ویش له به رژه وه ندی یه ک گۆپاوه نییه کاریگه ربه ت نیا له یه ک گۆپاوه دا، به لکو به ژماره یه ک کاریگه ر ده بیته، ئینجا هه ر کاتێک ژماره ی گۆپاوه سه ربه خۆکان زیادی کرد، ئه مه ش مانای لاوازی هه لئه ی په مه کی ده گه یه نیت، ئه ویش به هۆی وه رگرتنی به شی گه و ره له پێکهاته که ی له مۆدێله که دا، ئەم پرۆسه یه کاریگه ریه ی بۆ سه ر مه زه نده ی نیشانه کانی مۆدێلی مه زه نده کراوه یه، به مه مان شیوه کارپێگاریی له سه ر پتوهره کانی وه ک هاوکۆله ی دیاریکردن و هه لئه ی پتوهرکاری هه یه.

نمونه (9.7) :- گریمان ئەم داتایانە ی خوارهوت هه یه :-

	y	x1	x2
1	2	3	1
2	5	4	0
3	4	5	1
4	0	3	0
5	6	7	0
6	1	2	4

داواکاری :-

خشته ی به راوردکاری له نێوان مۆدێلی لارییوونی ساده بۆ گۆپاوه کانی (y) و (X_i) مۆدێلی لارییوونی هێلی فره یی بۆ گۆپاوه کانی (y) و (X₁) و (X₂) بکه، ئه ویش له پووی نیشانه ی مه زه نده کراوه و هاوکۆله ی پێکه وه لکانی دیاریکردن و هه لئه ی پتوهرکاری .

شیکار :- یه که مجار ژماره ی نێوه نجی هه ژمارکردنی هه رسی گۆپاوه بهم شیوه ی خوارهوه

ده که یه :-

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_{i1}}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_{i2}}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

که له میانه‌یدا هه ژماری لادانی به هاکانی له نێوهنجی هه ژمارکردن ده که بێن، واته :-

$$Y_i = y_i - \bar{y}, \quad X_{i1} = x_{i1} - \bar{x}_1, \quad X_{i2} = x_{i2} - \bar{x}_2$$

ئینجا لادانهکان له گه‌ڵ هه‌ندێک کرده‌ی جه‌بری پێویست له‌میانه‌ی ئه‌م خسته‌یه کورت ده‌که‌ینه‌وه :-

$X_{i2}Y_i$	$X_{i1}Y_i$	$X_{i1}X_{i2}$	X_{i2}^2	X_{i1}^2	Y_i^2	X_{i2}	X_{i1}	Y_i	زنجیره
0	1	0	0	1	1	0	1-	1-	1
2-	0	0	1	0	4	1-	0	2	2
0	1	0	0	1	1	0	1	1	3
3	3	1	1	1	9	1-	1-	3-	4
3-	9	3-	1	9	9	1-	3	3	5
6-	4	6-	9	4	4	3	2-	2-	6
8-	18	8-	12	16	28	0	0	0	سه‌رچهم

له‌سه‌ر ئه‌و بنچینه‌یه‌دا ده‌توانرێت مه‌زه‌نده‌ی نیشانه‌ی لارییوونی هێلی ساده به‌م شێوه‌ی خواره‌وه بکری‌ت :-

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i}{\sum_{i=1}^n X_{i1}^2} = \frac{18}{16} = 1.125$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 = 3 - (1.125)(4) = -1.5$$

نمەش مانای ئەوەیە ئەمۆدیلە مەزەندەکراوە بریتییه لە: -

$$\hat{y}_i = -1.5 + 1.125x_{i1}$$

نمەش مانای ئەوەیە پەیوەندیەکی راستەوانە لە نێوان (Y) و (X₁) هەیە، چونکە هاوکۆڵکە ی لارییوون بریتییه لە بەهەای مۆجەب، واتە زیادبوونی (X₁) بەبەری یەك دانە، دەبێتە هۆکاری زیادبوونی (Y) بەبەری (1.225). هاوکۆڵکە ی پێکەوه لکانی هێلی سادە لە نێوان (Y) و (X₁) بەم شیوەی خوارەوێە: -

$$\begin{aligned} r_{x_1y} &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_{i1}^2 \cdot \sum_{i=1}^n Y_i^2}} \\ &= \frac{18}{\sqrt{(16)(28)}} = \frac{18}{21.166} = 0.85 \end{aligned}$$

نمەش مانای ئەوەیە، کە پەیوەندیکی راستەوانە ی بەهێز لە نێوان گۆپاوی ناسەرێەخۆی گۆپاوی سەرەخۆدا هەیە. هاوکۆڵکە ی دیاریکردنی مۆدیلێ هێلی سادە ی مەزەندەکراوە بریتییه لە: -

$$R^2 = (r_{x_1y})^2 = (0.85)^2 = 0.7225$$

نمەش مانای ئەوەیە، کە (72.25٪) ی گۆپانەکانی (Y)، هۆکارەکی بۆ گۆپاوی سەرەخۆ (X₁) دەگەرێتەو و رێژە ی (27.75٪) ی دەمێنێتەو و بۆ گۆپاوی سەرەخۆی دیکە دەگەرێتەو و لیکۆلێنەوێ لە بارە یەو و نەکراوە، مەزەندە ی هەلە ی پێوەرکاری بۆ مۆدیلێ هێلی سادە ی مەزەندەکراوە بریتییه لە: -

لە بەکارهێنانی مۆدیلێ هێلی سادە دەتوانرێت هەژماری بەهەای مەزەندەکراوی گۆپاوی ناسەرێەخۆ (Ŷ_i) بەم شیوەی خوارەو بکریت: -

$$\hat{y}_i = -1.5 + 1.125x_{i1}$$

$$\hat{y}_1 = -1.5 + 1.125x_{11} = -1.5 + 1.125(3) = 1.875$$

$$\hat{y}_2 = -1.5 + 1.125x_{21} = -1.5 + 1.125(4) = 3$$

\vdots

$$\hat{y}_6 = -1.5 + 1.125x_{61} = -1.5 + 1.125(2) = 0.75$$

بۆ ههژمارکردنی بهای باقییه کان ئه دهقی (7.3) به کار دههین:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$e_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 2 - 1.875 = 0.125$$

$$e_2 = y_2 - \hat{y}_2 = 5 - 3 = 2$$

\vdots

$$e_6 = y_6 - \hat{y}_6 = 1 - 0.75 = 0.25$$

له سه ره ئه و بنچینه ده دا، ئه و سه ره جه می دوو جاکانی باقییه کان به م شیوه ی

خواره وه ده بیئت :-

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n e_i^2 &= \sum_{i=1}^6 e_i^2 = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_6^2 \\ &= (0.125)^2 + (2)^2 + \dots + (0.125)^2 = 7.75\end{aligned}$$

ده توانریت مه زنده ی نیشانه کانی لاریبونی هتلی فرهیی به م شیوه ی خواره وه

ده بیئت :-

$$S_{y/x_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{7.75}{6-2}} = 1.3919$$

بۆیه مۆدبلی لاریبونی فرهیی به م شیوه ی خواره وه ده بیئت :-

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2} \\ &= \frac{(18)(12) - (-8)(-8)}{(16)(12) - (-8)^2} = \frac{152}{128} = 1.1875\end{aligned}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2}$$

$$= \frac{(-8)(16) - (18)(-8)}{(16)(12) - (-8)^2} = \frac{16}{128} = 0.125$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2$$

$$= 3 - (1.1875)(4) - (0.125)(1) = -1.875$$

$$\hat{y}_i = -1.875 + 1.1875x_{i1} + 0.125x_{i2}$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە پەيوەندىەكى راستەوانە لە نێوان گۆپاوى ناسەربەخۆ هەردوو گۆپاوى سەربەخۆ هەيە، چونکە بە هەي هاوکۆلکەى لاریبونيان موجه بە .
 هاوکۆلکەى دیاریکردن بۆ مۆدێللى هێللى فرەيى لە نێوان (Y) لە گەل (X₁) و (X₂) ئەویش بەم شێوەى خوارەو هەيە :-

$$R^2_{y, x_1, x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i^2}$$

$$= \frac{(1.1875)(18) + (0.125)(-8)}{28} = \frac{20.375}{28} = 0.7277$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە (72.77%) لەو گۆپانەى کە لە (Y) پەيوەدەدات، بۆ هەردوو گۆپاوى (X₁) و (X₂) دەگەرێتەو و، ئەوێ دەشمینیتەو (27.23%) گۆپاوى سەربەخۆى دیکە ڕافەي دەکات و لیکۆلێنەو هەيان لە بارەيەو نەکراو .
 هاوکۆلکەى پێکەو هەلکانى هێللى فرەيى لە نێوان (Y) لە گەل (X₁, X₂) بەم شێوەى خوارەو هەيە :-

$$r_{y \cdot x_1 x_2} = \sqrt{R_{y \cdot x_1 x_2}^2} = \sqrt{0.7277} = 0.8531$$

نهمه ش مانای نه وه به، که په یوه نډیه کی راسته وانه ی به هیژ له نټوان گزپاوی ناسه به خو و گزپاوی سه به خو ی () هه به .

سه باره ت به هه له ی پټوه رکاری به م شټوه ی خواره وه ده بیټ :-

$$R_{y \cdot x_1 x_2}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \Rightarrow 0.7277 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{28} \Rightarrow 0.2723 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{28}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n e_i^2 = (0.2723)(28) = 7.6244$$

له سه ر نه و بنچینه یه دا ده توانریت هه له ی پټوه رکاری به م شټوه ی خواره وه به ده ست به ټنریت :-

$$S_{y/x_1 x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3}} = \sqrt{\frac{7.6244}{6-3}} = \sqrt{2.5415} = 1.5942$$

نټستا ده توانریت خسته ی به راوردکاری له نټوان هه ردو مودیل به م شټوه ی خواره وه دروست بکړیت :-

پټور	مودیل لاریوونى هیلې ساده	مودیل لاریوونى هیلې فردی
$\hat{\beta}_0$	1.5-	1.875-
$\hat{\beta}_1$	1.125	1.1875
$\hat{\beta}_2$	---	0.125
هاوکونکه ی پټکه وه لکان	0.85	0.8531
هاوکونکه ی دیاریکردن	0.7225	0.7277
هه نه ی پټورکاری	1.3919	1.5942

له م خشته په دا سهرنجي نه وه د هین، که به های نیشانه کان جیوازن، نه مهش
 له نه نجامی زیادکردنی گډاوی سهر به خوی دووهم به مډیله هیلی به ساده که، له گه ل
 مانه وهی نیشانه کان وهك خویان، هه روه ها زیادبوونیکي که م له هاوکڅلکه ی پیکه وه لکان و
 دیاریکردن له مډیلي هیلي فرهیی له سهر مډیلي هیلي ساده ده بینریت، له هه مان کاتدا
 هه له ی پتوهرکاری زیادی کردووه، به لگه به له سهر نه بوونی توانستی مډیلي هیلي فرهیی
 دا، به به راورد به مډیلي هیلي ساده، نه مهش مانای نه وه به پشت به مډیلي هیلي ساده
 بیه ستریت، چونکه به های هه له ی پتوهرکاری باشته وه که متره، نه ویش له بهر نه بوونی
 گرنگی گډاوی دووهم له مډیله دا.

تیلینی :- شتیکی ناساییه به های هه له ی پتوهرکاری له مډیلي هیلي فرهیی نزم ده بیت،
 نه گه ر بیتو گډاوی زیادکراوی دووهم به مډیلي هیلي ساده گرنگی گه وره ی له رافه کردنی
 گډاوی گډاوی سهر به خو هه بیت، هه روه ها ده توانریت نه وه بزانییت کاتیك سهرنجی
 هاوکڅلکه ی هه ر یه له پیکه وه لکان و دیاریکردن بدریت (بریتییه له زیادبوونی مهعنه وی
 که ده توانریت له میانه ی نه زمونه نامارییه کان دوویات بکریته وه).

راھبەتەن بەشە ھەوتەم

1.7: - مەبەست لە ھاوکۆلکە ی لاریبونی ھێلێ سادە چییە؟

2.7: - باسی پەیوەندی نێوان لاریبونی ھێلێ سادە و ھاوکۆلکە ی لاریبون بە؟

3.7: - لە ئەزمونی کشتوکالی دا، لیکۆلینە وە لە کاریگەری زیادبوونی بێ پەینی

کیمیای لە سەر بێ بەرھەمی گەنم دیار بەکو ئەم ئەتجامانە ی خوارە وەت ھە یە:-

12	9	8	7	19	17	13	8	15	11	9	3	10	14	بێ پەین
7	6	5	4	15	13	8	6	11	8	5	2	7	9	بێ بەرھەم

داواکاری بریتییه ئە:-

1) شێوە ی بلۆبونە وە ی داتاگان بکێشە، کە بریتییه لە بێ پەینی کیمیای و بێ بەرھەمی گەنم.

2) مەزەندە ی مۆدێلێ ھێلێ لە نێوان بێ پەین و بێ بەرھەم بە.

3) بێ چاوە پوانکرا و چەندە، ئەگەر بێتو بێ پەین یە کسان بێت بە (20).

4) ھاوکۆلکە ی دیاریکردن بدۆزەرە وە رافەشی بە.

5) ھاوکۆلکە ی پیکە وە لکانی ھێلێ سادە لە نێوان بێ پەین و بێ بەرھەم بدۆزەرە وە.

4.7: - یە کێک لە فەرمانگەکانی کەش و ھەوای ھەریمی کوردستان ئەم داتایانە ی

خوارە وە ی لە بارە ی کەش و ھەوای ھەشت پۆزی بارانای ھەریەک لە پەلە ی گەرما و بێ

باران تۆمارکردووە:-

2	1	3	2	3	1-	1	2-	پەلە گەرما
2	3	4	5	7	6	4	5	بێ باران

داواکاری بریتییه ئە:-

1) گۆپاوی سەر بە خۆ (X) و گۆپاوی ناسەر بە خۆ (Y) دیار بە.

2) مەزەندە ی مۆدێلێ لاریبونی ھێلێ سادە بە (Y/X).

3) شێوە ی بلۆبونە وە ی پەلە ی گەرما لە بەرامبەر بێ باران لە گەل ھێلێ لاریبونی مەزەندە کرا و بکێشە.

4) ھاوکۆلکە ی پیکە وە لکانی ھێلێ سادە ھەژمار و رافە بە.

5) ھاوکۆلکە ی دیاریکردن ھەژمار و رافە بە.

6) ھەلەى پىئوھركارى بۇ مۇدىللى مەزەندەكراو لەداواكارى دووھ ھەژمار بکە .

7) بەھای(y) چەندە ، ئەگەر بىتو ($x=8, 9, 10$).

5.7 :- ئەم داتايانەى خوارەوھ برىتیبە لەبىرى خواست لەکالای(y) ، داھاتى مانگانە (x_1)

ونرخى يەك دانە لەو كالایە (x_2) بۇ بژاردەيە كە لە(12) خىزان پىك ھاتوھ .

7	13	6	10	8	9	4	5	4	6	5	2	y
118	150	115	145	125	135	110	105	95	120	110	90	x_1
3	4	3	4	5	5	2	5	4	6	7	10	x_2

داواكارى برىتیبە لە :-

1)- مەزەندەى مۇدىللى لارىبوونى فرەيى بۇ بىرى خواست لەو كالایە و بەپشت بەستن لەسەر داھاتى مانگانە ونرخى يەك دانە بکە .

2)- مەزەندەى ھاوگۆلكەى فرەيى لەنتوان (y) و ھەردو گۆپاوى سەرەخۆى (x_1) و (x_2) و رافەشى بکە .

3)- ھاوگۆلكەى ديارىكردن بۇ مۇدىللى ھىللى فرەيى مەزەندەكراو لەداواكارى يەكەم ھەژمار بکە و رافەكەشى بکە .

4)- ھەلەى پىئوھركارى بۇ مۇدىللى مەزەندەكراو لەداواكارى يەكەم ھەژمار بکە .

5)- مەزەندەى بىرى خواست بکە لەو كالایە ، كاتىك ($x_1=200$ و $x_2=12$).

6)- مەزەندەى لارىبوونى ھىللى سادەى بىرى خواست لەو كالایە بکە بەپشت بەستن بەداھاتى مانگانە .

7)- ھاوگۆلكەى پىكەوھلكانى ھىللى سادە لەنتوان بىرى خواست لەو كالایە داھاتى خىزان ھەژمار بکە .

8)- ھەژمارى ھاوگۆلكەى ديارىكردن بۇ مۇدىللى ھىللى سادەى مەزەندەكراو لەداواكارى شەشەم بکە .

9)- ھەژمارى ھەلەى پىئوھركارى بۇ مۇدىللى مەزەندەكراو لەداواكارى شەشەم بکە .

10)- بەراورد لەنتوان ھەردو مۇدىللى مەزەندەكراو لەداواكارى يەكەم و شەشەم بکە ، ئەويش لەميانەى ھەلەى پىئوھركارى دا .

6.7: - ئەگەر ئەم زانبارىانەى خوارەووت ەبىت:-

$\bar{Y} = 7.14$	$\bar{X}_1 = 9.55$	$\bar{X}_2 = -1.57$	$n = 7$
$S_y = 6.012$	$S_1 = 6.377$	$S_2 = 4.541$	
$r_{y1} = 0.991$	$r_{y2} = -0.912$	$r_{12} = -0.955$	

داواكارى برىتيهه :-

- 1- مەزەندەى مۇدېللى لارېيوني ھىللى سادە (y/x_1) بکە.
- 2- مەزەندەى مۇدېللى لارېيوني ھىللى سادە بکە (y/x_2).
- 3- مەزەندەى مۇدېللى لارېيوني ھىللى سادە (x_1/x_2) بکە.
- 4- مەزەندەى مۇدېللى لارېيوني ھىللى سادەى (x_2/x_1) بکە.
- 5- مەزەندەى مۇدېللى لارېيوني ھىللى فرەبى ($y/x_1 x_2$) بکە.
- 6- شىۋەى بلۇبونەو ەگەل ھىللى لارېيون بۇ مۇدېللى مەزەندەى سەرەو ەبىشە .
- 7- ەژمارى ھاوگۆلکەى ديارىکردنى مۇدېللى مەزەندەى سەرەو ەبىشە .
- 8- ەژمارى ەلەى پىۋەرکارى بۇ مۇدېللى مەزەندەى سەرەو ەبىشە .
- 9- ەراورد ەنىۋان تۋانستى مۇدېللى مەزەندەى سەرەو ەبىشە بکە، ەوېش ەمىانەى ھاوگۆلکەى ديارىکردن ەلەى پىۋەرکارى
- 10- ەشىۋەى ەژمارکردن بىسەلمىنە، کەسەرەمى باقىيەکانى مۇدېللى مەزەندەى سەرەو ەبىشە .
- 11- مەزەندەى ەلەى بکە کاتىك $x_1 = 20$
- 12 - مەزەندەى ەلەى (y) بکە کاتىك. $x_2 = 10$
- 13 - مەزەندەى ەلەى (y) بکە کاتىك. $x_2 = 10$ ۋ $x_1 = 20$.

سەرچاوهكان

یهكهم: سەرچاوه عه ره بیههكان:

زنجیره	سەرچاوه
1	الراوي ، د.خاشع، (1980) ، المدخل إلى الإحصاء ، جامعة الموصل.
2	المشهداني ، د.محمود حسن وأمير حنا هرمز، (1989) ، الإحصاء ، جامعة بغداد-بيت الحكمة.
3	الناصر ، د.عبد المجيد حمزة الناصر ود.عصرية ردام المرزوك ، (1989) ، العينات ، جامعة بغداد-بيت الحكمة.
4	الناصر ، فوزي عبد الرزاق ، (1985)، مبادئ الإحصاء الحديث (مترجم)، الجامعة المستنصرية ، مطبعة جامعة الموصل.
5	الهيبي ، د.صلاح الدين حسين ، (2006)، الأساليب الإحصائية في العلوم الإدارية-تطبيقات باستخدام SPSS ، جامعة مؤتة.
6	جودة ، د.محفوظ،(2008)، التحليل الإحصائي الأساسي باستخدام SPSS ، جامعة العلوم التطبيقية-مطبعة وائل .

دووم: سەرچاوه بیانیههكان :

Series	References
7	Agresti, A. (1990). Categorical Data Analysis . New York: John Wiley and Sons.
8	Ashford, J.R. (1959). An approach to an analysis of data for semiquantall responses in biological assay . Biometrics.
9	Azzalini, A. (1996), Statistical Inference Based on the Likelihood London: Chapman and Hall.
10	Barndorff-Nielsen, O.E. (1988). Parametric Statistical Models and Likelihood . New York: Springer,
11	Barndorff-Nielsen, O.E. and Cox, D.R. (1989). Asymptotic Techniques for Use in Statistics . London: Chapman and Hall.
12	Birnbaum, A. (1962). On the foundations of statistical inference . Journal of the American Statistical Association, 57.
13	Brookes, B.C. and Dick, W.F.L. (1951). Introduction to Statistical Method . London: Heinemann.
14	Christensen, R. (1990). Log-Linear Models . Berlin: Springer.

15	Collet, D. (1991). Modelling Binary Data . London: Chapman and Hall.
16	Cook, R.D. (1977). Detection of influential observations in linear regression . Technometrics, 19.
17	Cook, R.D. and Weisberg, S. (1982). Residuals and Influence in Regression . London: Chapman and Hall.
18	Cox, D.R. (1972). Regression models and life tables (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society B, 34.
19	Cox, D.R. (1990). Role of models in statistical analysis . Statistical Science, 5.
20	Cox, D.R. and Hinkley, D.V. (1974). Theoretical Statistics . London: Chapman and Hall.
21	Dalgaard, P. (2002). Introductory Statistics with R . New York: Springer.
22	Davison, A.C. (2003). Statistical Models . Cambridge: Cambridge University Press.
23	Dobson, A.J. (1990). An Introduction to Generalized Linear Models . London: Chapman and Hall.
24	Draper, N.R. and Smith, H. (1981). Applied Regression Analysis . 2nd ed. New York: John Wiley and Sons.
25	Faraway, J.J. (2005). Linear Models with R . Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC.
26	Fisher, R.A. (1956). Statistical Methods and Scientific Inference . Edinburgh: Oliver and Boyd.
27	Fraser, D.A.S. (1979). Inference and Linear Models . New York: McGraw Hill.
28	Haberman, S.J. (1978). Analysis of Qualitative Data . Volume 1. Introductory Topics. San Diego, CA: Academic Press.
29	Knight, K. (2000). Mathematical Statistics . New York: Chapman and Hall.
30	Lee, E.T. (1992). Statistical Methods for Survival Data Analysis . New York: John Wiley and Sons.
31	Linhart, H. and Zucchini, W. (1986). Model Selection . New York: John Wiley and Sons.
32	Lindsey, J.K. (1995a). Modelling Frequency and Count Data . Oxford: Clarendon Press.
33	Lindsey, J.K. (1995b). Introductory Statistics: The Modelling Approach . Oxford: Oxford University Press.
34	Lindsey, J.K. (1996). Parametric Statistical Inference . Oxford: Clarendon Press.
35	Lindsey, J.K. (1997). Applying Generalized Linear Models . New York: Springer.
36	Miller, R.G. (1981). Survival Analysis . New York: John Wiley and Sons.
37	Searle, S.R. (1971). Linear Models . New York: John Wiley and Sons.

38	Seber, G.A.F. (1977). Linear Regression Analysis . New York: John Wiley and Sons.
39	Silvey, S.D. (1980). Statistical Inference . London: Chapman and Hall.
40	Steel, R.G.D. and Torrie, J.H. (1980). Principles and Procedures of Statistics . New York: McGraw Hill.
41	Stigler, S.M. (1986). The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty Before 1900 . Cambridge, MA: Belknap Press.
42	Stirzaker, D.R. (1994). Elementary Probability . Cambridge: Cambridge University Press.
43	Uusipaikka, E.I. (2006). Statistical Inference Package SIP . http://www.wolfram.com/products/applications/sip/ .
44	Weisberg, S. (1985). Applied Linear Regression . 2nd ed. New York: John Wiley and Sons.
45	Welsh, A.H. (1996). Aspects of Statistical Inference . New York: John Wiley and Sons.
46	Wetherill, G.B. (1986). Regression Analysis with Applications . London: Chapman and Hall.

پاشكۆكان

پاشكۆى A : زاراوه زانستىيەكان

پاشكۆى B : پوختەى دەقە
ئامارىيەكان

پاشکوی A

زاراوه زانستییه کان

مهره بی	ئینگیزی	کوردی
تقاطع	Intercept	یه کتر ب
وحدات المعاینة	Sampling Units	یه که کانی بژارده
متغیر واحد	Univariate	یه ک گۆراو
احتمالات	Probability	نه که ره کان
إختبارات إحصائية	Statistics Tests	نه زموونکردنی ناماری
إختبار الفرضيات	Test of Hypothesis	نه زموونکردنی گریمانیه کان
أداة	Tool	نامراز
إحصاء إستدلالي	Inference Statistical	ناماری خویندنه وهی
إحصاء تطبیقي	Applied Statistics	ناماری به جیهیننان
إحصاء وصفي	Descriptive Statistics	ناماری باسه نی
إحصاء	Statistics	نامار
مؤشرات	Indexes	نامارژکان
مستوى الثقة	Confidence level	ناستی متمانه
مستوى	Level	ناست
قوانین	Laws	یاساکان
دقة	Accuracy	ورده کاری
قبول	Accept	وهرگرتن
خط بیانی	Line Chart	هیل یه بیانی
خطی	Linear	هیل
خطأ عشوائي	Random Error	هه نه ی به مه کی

خطا معياري	Standard Error	هه نهی پنهوهرکاری
أخطاء	Errors	هه نهکان
معادلات	Equations	هاوکیشهکان
معامل الإقتران	Coefficient of Association	هاوکۆنکهی لیکنزیکیبون
معامل الإنحدار	Regression Coefficient	هاوکۆنکهی لاریبون
معامل التحديد	Coefficient of Determination	هاوکۆنکهی دیاریکردن
معامل الاختلاف	Coefficient of Variation	هاوکۆنکهی جیاوازی
معامل الارتباط الخطي البسيط	Simple Linear Correlation Coefficient	هاوکۆنکهی پیکهوهلکانی هیلای ساده
معامل الارتباط المتعدد	Multiple Correlation Coefficient	هاوکۆنکهی پیکهوهلکانی فرهیی
معامل الارتباط الجزئي	Partial Correlation Coefficient	هاوکۆنکهی پیکهوهلکانی بهشهکی
معامل التشتت	Coefficient of Dispersion	هاوکۆنکهی پهرشویلاوی
معامل التوافق	Coefficient of Contingency	هاوکۆنکهی هاوکۆک
معامل	Coefficient	هاوکۆنکه
تجانس	Homogenous	هاوشیوهیی
متماثل	Symmetric	هاوشیوهیی
مثالية	Optimum	نموونهیی
حد الأدنى للفئة	Lower Limit of a Class	نزمترین پادهی تونژ
تنازلي	Decreasing	نزمبووه
أدنى	Lower	نزم
ثابت	Constant	نهگۆر، چهسپاو
غير متحيز	Unbiased	نهشکانهوه بههیچ لایهک
وسط هندسي	Geometric Mean	نیوه نجی نهاندازیی

نڙيه نجي هه ٽمار ڪردني ڪيشڪراو	Weighted Mean	وسط حسابي موزون (المرجح)
نڙيه نجي دوو جا	Quadratic Mean	وسط تربيعي
نڙيه نجي هاوڪوڻي	Harmonic Mean	وسط توافقي
نڙيه نچ	Mean	متوسط (وسط حسابي)
ناو ڀرست	Median	وسيط
نا هيلي	Non-Linear	غير خطي
مؤدين	Model	نموذج
موجب	Positive	موجبة
متمانہ	Confidence	ثقة
مہوداي هہ موومکي	Total Range	مدى كلي
مہودا	Range	مدى
شته زور دوو ياره بيوه کان، مہ نوال	Mode	منوال
مہ زمندہ ڪردني ماوه	Interval Estimation	تقدير فترة
مہ زمندہ ڪردني خال به ندي	Point Estimation	تقدير نقطي
مہ زمندہ ڪردن	Estimation	تقدير
مہ زمندہ ڪراو	Estimator	مقدر
ماوه	Time	زمن
ليکونيندهوي دانيشٽوان	Demography	دراسات سكانية
لوگاريتم	Logarithm	لوغاريتم
لاريووني هيلي سادہ	Simple Linear Regression	انحدار خطي بسيط
لاريووني هيلي فرمي	Multiple Linear Regression	انحدار خطي متعدد
لاري	Slop	ميل
لاداني نڙيه نچ	Mean Deviation	انحراف متوسط

لادانی چارمگی	Quartile Deviation	إنحراف ربعی
لادانی پینومرکاری	Standard Deviation	إنحراف معیاری
لادان	Deviation	إنحراف
کیشہ کان	Weights	اوزان
کۆمه لگای ناماری	Statistical Population	مجتمع إحصائي
کۆمه لگای سنووردار	Finite Population	مجتمع محدود
کۆمه لگای بی سنوور	Infinite Population	مجتمع غير محدود
کۆمه لگا	Population	مجتمع
کۆمه له	Group	مجموعة
کرده	Process	عملية
که مترین چارمگ	Lower Quartile	ربع أدنى
که رته کان	Blocks	قطاعات
قۆناغه کان	Stages	مراحل
قه باره	Size	حجم
گونجای مۆدیل	Goodness of Fit	حسن المطابقة (ملائمة النموذج)
گۆپاوی نا سهریه خۆ	Dependent Variable	متغير تابع أو معتمد
گۆپاوی سهریه خۆ	Independent Variable	متغير مستقل
گۆپاوی په مه کی	Random Variable	متغير عشوائي
گۆپاوی	Variable	متغير
گۆپانه کان	Changes	تغيرات
گه شه کردن	Growth	نمو
چوارچینوی بژارده	Sampling Frame	إطار المعاينة
چه ماوی دووبارمی کۆکراوه	Cumulative Frequency Curve	منحنى تكراري متجمع

منحنی تکراری	Frequency Curve	چه ماوهی دوویارهیی
منحنی	Curve	چه ماوه
توقع	Expectation	چاومروانگراو
ربيعات	Quartiles	چاره‌گه‌کان
رسوم بيانية	Graphical	شیوهی بهیانی
أساليب	Approaches	شیوازهمکان
تحليل الانحدار	Regression Analysis	شیکردنه‌وهی لارییون
تحليل البيانات	Analysis Data	شیکردنه‌وهی داتا‌کان
تحليل	Analysis	شیکردنه‌وه
تحيز	Biased	شکانه‌وه به‌لایه‌کدا
قابلية للقياس	Measurable	شایسته‌ی پیوانه‌کردنه
غير قابلة للقياس	Un measurable	شایسته‌ی پیوانه‌کردن نییه
شاذه	Outlier	شاز
ثلاثي الأبعاد	3-Dimintion	سی‌روویی
حدود	Limits	سنوور
صدفة	Chance	ریککه‌وت
أعمدة مستطيلة	Bars	ستوونه لاکیشه‌یه‌کان
أعمدة بيانية	Bar Charts	ستوونه بهیانییه‌کان
أعمدة بيانية مركبة	Clustered or Stacked Bar Chart	ستوونه بهیانییه ناوخته‌یه‌کان
أعمدة بيانية بسيطة	Simple Bar Chart	ستوونه بهیانییه ساده‌کان
عمود	Column	ستون
مركز الفئة	Center of a Class	سه‌نهری توینژ
مجموع	Summation	سه‌رجه‌م
اولية	Prior	سه‌ره‌تایی

ساليب	Negative	سالية
زورترين چارهگ	Upper Quartile	ربيع اعلی
زنجيره	Series	سلسله
زانیارییه کان	Information	معلومات
رنگای ناماری	Statistical Method	طریقه إحصائية
رنگای چوار گوشه ی بچووکی ناسایی	Ordinary Least Squares Method	طریقه المربعات الصغری الإعتیادیة
رنگا نا رهمه کییه کان	Nonrandom Samples	طرائق غیر عشوائية
رنگا رهمه کییه کان	Random Samples	طرائق عشوائية
ریزی ناسویی	Row	صف
ریزبه ندی و خستنه پووی داتاگان	Data Tabulation and Presentation	تبویب و عرض البيانات
ریزبه ندی	Rank	رتبة
ریژه	Proportions	نسب
ره هادار	Absolute	مطلقة
ره هتار	Behavior	سلوك
رهگ	Root	جنر
ره تکرده نه وه	Reject	رفض
راهه کردن	Interpreting	تفسیر
ژماره ی پیوانه یی	Index numbers	أرقام قیاسية
ژماره ی توینژمه کان	Number of Classes	عدد الفئات
دیاریکراو	Deterministic	محددة
دوولایه نه	Double	مزوج
دووچا	Square	مربع
دووباره ی توینژ	Class Frequency	تکرار الفئة

متغیرین	Bivariate	دوو گڼډوارو
طول الفنة	Length of Class	دریژی تویر
صیغه	Formula	دق
تعزى إلى	Due to	دہبنته هوى
دالة	Function	داله
بیانات	Data	داتاگان
بیانات إحصائية	Statistical data	داتا ناماریه کان
بیانات غیر مبوبة	Not- tabulated Data	داتا نا ریزکراو مگان
بیانات مبوبة	Tabulated Data	داتا ریزکراو مگان
بیانات متصلة	Continuous data	داتا لکاو مگان
بیانات ترتیبیة	Ordinal data	داتا ریزبه ندیه کان
بیانات كمية	Quantitative data or Scale	داتا ژماره ییہ کان
بیانات صفات نوعية	Qualitative data	داتا خه سله ته جوړیه کان
بیانات متقطعة	Discrete data	داتا پچر پچر مگان
بیانات إسمية	Nominal data	داتا به ناو مگان
توزیع متمائل (توزیع طبیعی)	Normal Distribution	دابه شکردنی سروشتی
توزیع تکراري متجمع	Cumulative Frequency Distribution	دابه شکردنی دوو یاره یی کوکراوه
توزیع تکراري نسبي	Proportionate Frequency Distribution	دابه شکردنی دوو یاره یی ریزه یی
توزیع تکراري	Frequency Distribution	دابه شکردنی دوو یاره یی
جدول تکراري	Frequency Table	خشته ی دوو یاره یی
جدول توافق	Contingency Table	خشته ی هاوکوک
جداول	Tables	خشته کان
عرض بياني	Graphical Presentation	خسته پرووی به یانی

خصائص	Properties	خەسلەتەکان
تباين مشترك	Covariance	جیاکاری هاو بەش
تباين	Variance	جیاکاری
زوجي	Even	جووتە
متعدد المتغيرات	Multivariate	جۆراو جۆری گۆراومکان
مقاييس النزعة المركزية	Measures of Central Tendency	پێوانەکانی ناکوکی ناوەندی
مقاييس التشتت	Measures of Variation	پێوانەکانی پەرشیلاوی
قياسات	Scales	پێوانەکان
إرتباط بين الصفات	Correlation between Attributes	پێکەوه لکانی نێوان خەسلەتەکان
إرتباط أو تلازم	Correlation	پێکەوه لکان
معكوس	Inverse	پێچەوانەیی
تنبؤ	Prediction	پیشبینی کردن
تصنيف	Classical	پۆلێن کردن
مدرج تکراري	Histogram	پلیکانی دووبارەیی
درجة الحرية	Degree of Freedom	پلەى ئازادی
إستبانة	Questionnaire	پرسینەوه
علاقة	Relationship	پەیوەندی
نظرية إحصائية	Statistical Theory	تیۆری ئاماری
معدل	Average	تێکرا
فئة	Class	تۆنێز
متطرفة	Extreme	لایەنی شازمەکان
محور أفقي	Horizontal Axis	تەوهری ئاسویی
محور عمودي	Vertical Axis	تەوهری ستوونی

تهواو	Exact	تامة
تاکی	Odd	فردی
تابلوکانی کونترولی جوړی	Quality Control Charts	لوحات السيطرة النوعية
تاده توانریت کم بیت	Minimize	أقل مايمكن
بینهرمکان	Observation	مشاهدات
بینهره راسته څیښه کان	Real Observations	مشاهدات حقيقية
بلاویوونهوه	Scatter	إنتشار
بزیوو	Missing	مفقودة
بژاردهی مذهب سټدار	Purposive Sample	عينة عمدية
بژاردهی څو څانغه جیاجیاکان	Multi-stage Random Sample	عينة ذات مراحل متعددة
بژاردهی ډېمه کی چینه کان	Stratified Random Sample	عينة عشوائية طبقية
بژاردهی ډېمه کی ساده	Simple Random Sample	عينة عشوائية بسيطة
بژاردهی به شی	Quota Sample	عينة حصصية
بژاردهی به ښکتهوت	Accidental Sample	عينة بالمصادفة
بژارده کړدن	Sampling	معاينة
بژارده	Sample	عينة
به های مده نده کړاو	Expected Value	قيمة مقدرة
به های پټو مرکاری	Standard value	قيمة معيارية
به رزترین ډادهی توټر	Upper Limit of a Class	حد الأعلى لل فئة
به رزیووه	Increasing	تصاعدي
به رز	Upper	أعلى
باقییه کان	Residuals	بواقی

بازنهی به یانی	Pie Chart	دائرة بیانیة
چه ماوهی شکانه وه	Skew ness	إلتواء
پلهی جونلوی چه ماوه	Kurtosis	تقلطح (تفرطح)
مهودای هیزی پاننه ر	Moment	عزوم
زنجیره هینله راستی دوو یاره یی	Frequency Polygon	مضلع تکراری
نیشانه کان	Parameters	معالم أو معلومات

پاشکوی B

دهقی ناماری

دهقی ماتماتیکی	ناماژهی ناماری
$n = \frac{z^2 \sigma^2}{e^2}$	قهبارهی بژارده نه سهر بنچینهی نیومنچ
$n = \frac{z^2 P(1-P)}{e^2}$	قهبارهی بژارده نه سهر بنچینهی ریژه
$T.R = x_L - x_S + 1$	مهودای ههمومکی
$m = (2.5)^4 \sqrt{n} = (2.5)n^{1/4}$	ژمارهی تویرهکان- ریگای یول
$m = 1 + (3.322) \log_{10}(n)$	ژمارهی تویرهکان- ریگای سترچس
$L = \frac{T.R}{m}$	دریژی تویر
$x = \frac{L.L + U.L}{2}$	سهنتهری تویر
$f_i^* = \frac{f_i}{n} . 100$	دووبارهبوونه ریژهییهکان

$F_1 = f_1$ $F_2 = f_1 + f_2$ \vdots $F_m = f_1 + f_2 + \dots + f_m$	دابه شکردنى دووباره يى كۆكرامى به ريزيؤوه
$F_i^* = \frac{F_i}{n} \cdot 100$	دابه شکردنى دووباره يى به ريزيؤوى ريزه يى
$F'_1 = n$ $F'_2 = n - f_1$ \vdots $F'_m = n - f_1 - f_2 - \dots - f_{m-1} = f_m$	دابه شکردنى دووباره يى كۆكرامى نزمبؤوه
$F_i'^* = \frac{F'_i}{n} \cdot 100$	دابه شکردنى دووباره يى نزمبؤوى ريزه يى
$f_i^* = \frac{f_i}{L_i} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m$	دووباره يى تيكرا (يه كسان نه بىونى دريزى تويژه كان)
$\theta_i = \frac{A_i}{T} \times 360^\circ$	گۆشه ي كهرتى بۇ بازىنه ي به يانى
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	نيؤه نجى هه ژمار كردن بۇ داتا نا ريزكراوه كان
$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$	تيكرا ي كۆمه نگا
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i}$	نيؤه نجى هه ژمار كردن بۇ داتا ريزكراوه كان

$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$	نيۋەنجى ھەژمارکردنى كىشكراۋ بۇداتا نا رېزكراۋەكان
$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^m w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^m w_i f_i}$	نيۋەنجى ھەژمارکردنى كىشكراۋ بۇداتا رېزكراۋەكان
$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$	نيۋەنجى ھاۋكۆكى بۇداتا نا رېزكراۋەكان
$H = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{\sum_{i=1}^m \frac{f_i}{x_i}}$	نيۋەنجى ھاۋكۆكى بۇداتا رېزكراۋەكان
$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$	نيۋەنجى دوۋجايى بۇداتا نا رېزكراۋەكان
$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^m f_i}}$	نيۋەنجى دوۋجايى بۇداتا رېزكراۋەكان
$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}}$	نيۋەنجى ئەندازەيى بۇداتا نا رېزكراۋەكان 1-
$G = anti - \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log_{10} x_i \right)$	نيۋەنجى ئەندازەيى بۇداتا نا رېزكراۋەكان 2-

$G = \sum_{i=1}^m f_i \sqrt[n]{\prod_{i=1}^m x_i^{f_i}} = \left(\prod_{i=1}^m x_i^{f_i} \right)^{\frac{1}{n}}$	نیوه نجی نه اندازهیی بۇ داتا ریزکراوهکان-1
$G = anti - \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i \log_{10} x_i \right)$	نیوه نجی نه اندازهیی بۇ داتا ریزکراوهکان-2
$Me = L_i + \left[\frac{n/2 - F_i}{f_i} \right] \cdot w$	ناوه پاست بۇ داتا ریزکراوهکان له میانهی دابه شکردنی دوو یارهیی به ریزیووه
$Me = L_i + \left[\frac{F'_i - n/2}{f_i} \right] \cdot w$	ناوه پاست بۇ داتا ریزکراوهکان له میانهی دابه شکردنی دوو یارهیی نزمیووه
$R = x_1 - x_s$	مهودا بۇ داتا نا ریزکراوهکان
حساب الفرق مابین مرکز الفئة العليا والدنيا هتذمارکردنی جیاوازی له نیوان سفتنتیری تویدی بقرز و نرم دا	مهودا بۇ داتا ریزکراوهکان
$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} }{n}$	لادانی نیوه نجی بۇ داتا نا ریزکراوهکان
$M.D = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i - \bar{x} }{\sum_{i=1}^m f_i}$	لادانی نیوه نجی بۇ داتا ریزکراوهکان
$Q.D = \frac{Q_u - Q_l}{2}$	لادانی چارهگی بۇ داتا نا ریزکراوهکان

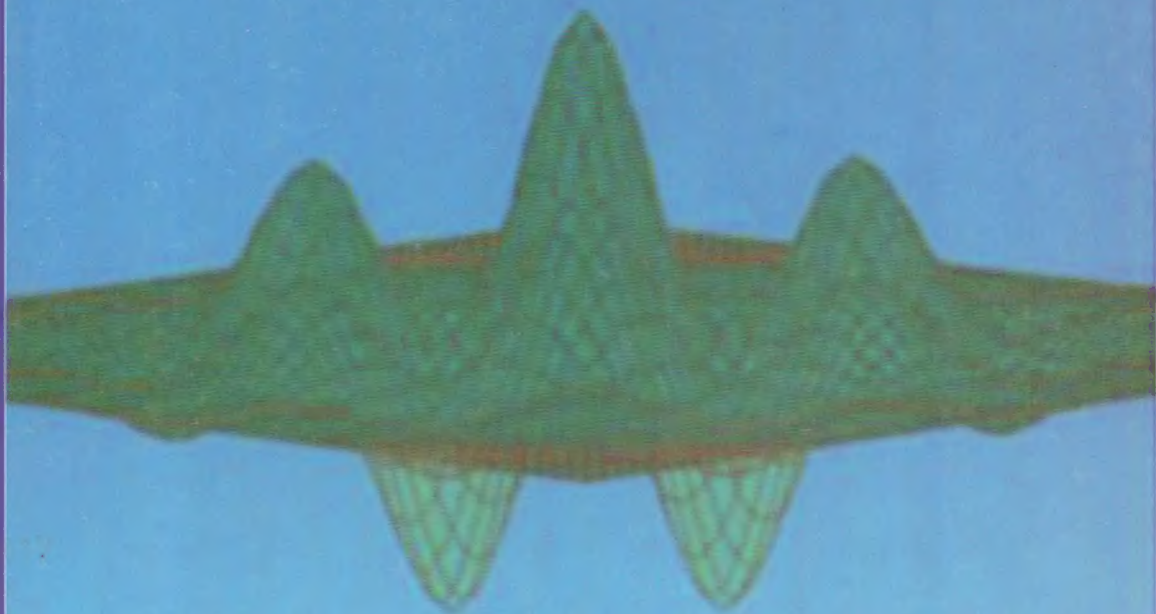
$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$	<p>لادانی پنیومرکاری بۇداتا نا</p> <p>ریزکراوهکان 1-</p>
$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1}}$	<p>لادانی پنیومرکاری بۇداتا نا</p> <p>ریزکراوهکان 2-</p>
$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$	<p>لادانی پنیومرکاری بۇداتا نا</p> <p>ریزکراوهکان 3-</p>
$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^m f_i - 1}}$	<p>لادانی پنیومرکاری بۇداتا نا</p> <p>ریزکراوهکان</p>
$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	<p>جیاکاری بۇداتا نا ریزکراوهکان</p>
$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}$	<p>جیاکاری كۆمهنگا</p>
$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^m f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^m f_i - 1}$	<p>جیاکاری بۇداتا نا</p> <p>ریزکراوهکان</p>
$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100$	<p>هاوكۆلكەي جیاوازی</p>

$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{S_x \cdot S_y} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى ھىلى سادە
$\text{cov}(x, y) = S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$	جىياكارى ھاۋبەش
$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى پىزبەندى بۇ سىپىرمان (لە دۇخى نەبوۋنى دوۋبارە)
$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \left(\sum_{i=1}^n d_i^2 + k \right)}{n(n^2 - 1)}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى پىزبەندى بۇ سىپىرمان (لە دۇخى بوۋنى دوۋبارە)
$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى بەشەكى بۇ سى گۇراۋ
$r_{12.34} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r_{14.3}^2)(1 - r_{24.3}^2)}}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى بەشەكى بۇ چوار گۇراۋ
$r_{1.23} = \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12} \cdot r_{13} \cdot r_{23}}{1 - r_{23}^2}}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى جۇراۋجۇر بۇ سى گۇراۋ -1
$r_{1.23} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى جۇراۋجۇر بۇ سى گۇراۋ -2
$r_{1.234} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2)}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى جۇراۋجۇر بۇ چوار گۇراۋ
$r_{1.234} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2) \cdots (1 - r_{1k.23 \dots k-1}^2)}$	ھاۋكۆلگەي پىنكەۋەلكانى جۇراۋجۇر بۇ k لە گۇراۋەكان

$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}}$	هاوكۆلكەى ھاوكۆك
$C.A_2 = \frac{f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}}{f_{11} \cdot f_{22} + f_{12} \cdot f_{21}}$	هاوكۆلكەى لىكنىزىكېوون ئە دوخی دوو ئاست
$C.A_G = \frac{\sum_{i=1}^m f'_{ij} + \sum_{j=1}^k f''_{ij} - T'_{.i} - T'_{.j}}{2n - (T'_{.i} + T'_{.j})}$	هاوكۆلكەى لىكنىزىكېوون ئە دوخی دوو ئاست يان زىياتر
$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$	مۇدىلى لاریوونى ھىلى سادە
$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$	هاوكۆلكەى لاریوونى ھىلى سادە
$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$	خالى يەكتىرېنى ھىلى لاریوون ئەگەل تەوەرەى ستوونى
$e_i = y_i - \hat{y}_i$	باقىيەكان
$\hat{\beta}_1 = \frac{S_y}{S_x} \cdot r_{xy}$	پەيوەندى نىوان ھاوكۆلكەى لاریوون $\hat{\beta}_1$ و ھاوكۆلكەى بىكەوەلكانى سادە
$R^2 = (r_{xy})^2$	هاوكۆلكەى دىارىكردن 1-

$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$	<p>ھاوڭۆلڭكەى دىيارىكردن 2-</p>
$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$	<p>ھاوڭۆلڭكەى دىيارىكردن 3-</p>
$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}}$	<p>ھەئەى پىئوهركارى</p>
$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2}$	<p>مۇڭىلى لارىيىونى جۇراوچۇر كە دوو گۇراوى سەرپە خۇى ھەبىت</p>
$\hat{\beta}_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2}$	<p>ھاوڭۆلڭكەى لارىيىون بۇ x_1</p>
$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1}^2\right) \left(\sum_{i=1}^n X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2}\right)^2}$	<p>ھاوڭۆلڭكەى لارىيىون بۇ x_2</p>
$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2$	<p>خائى يەكتىرپىنى ناستى لارىيىون لىگەل تەوهرى ستوونى</p>
$R^2_{y \cdot x_1 x_2} = (r_{y \cdot x_1 x_2})^2$	<p>ھاوڭۆلڭكەى دىيارىكردى لارىيىونى ھىلى جۇراوچۇر دوو گۇراو 1-</p>

$R^2_{y \cdot x_1 x_2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2}$	<p>ھاۋكۆلگەي ديارىكردنى لارىيوونى ھىلى جۇراوجۇرا دوو گۇراۋ) 2-</p>
$R^2_{y \cdot x_1 x_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2}$	<p>ھاۋكۆلگەي ديارىكردنى لارىيوونى ھىلى جۇراوجۇرا دوو گۇراۋ) 3-</p>
$R^2_{y \cdot x_1 x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i^2}$	<p>ھاۋكۆلگەي ديارىكردنى لارىيوونى ھىلى جۇراوجۇرا دوو گۇراۋ) 4-</p>
$S_{y \cdot x_1 x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3}}$	<p>ھەنەي پىنومەركارى بۇ لارىيوونى جۇراوجۇرا دوو گۇراۋ)</p>



ELEMENTARY STATISTICS

BY

A.P.Dr. Taha H. A.

And

Dr. Sardar O. K.

Tafseer Office



Mobile : +964 750 818 08 65
www.al-tafseer.com

2015